



BAITURSYNULY  
UNIVERSITY

«АХМЕТ БАЙТҰРСЫНҰЛЫ  
АТЫНДАҒЫ ҚОСТАНАЙ Өңірлік  
УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ



# ҚМПИ ЖАРШЫСЫ

КӨПСАЛАЛЫ  
ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛЫ  
МНОГОПРОФИЛЬНЫЙ  
НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

№ 4  
2024

ISSN 2310-3353



**PUBLISHINGS**  
**K S P I**



**Қ М П И**  
**ЖАРШЫСЫ**

**ВЕСТНИК**  
**К Г П И**

2024 ж., қазан, №4 (76)  
Журнал 2005 ж. қаңтардан бастап шығады  
Жылына төрт рет шығады

**Құрылтайшы: Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті**

**Бас редактор: Қуанышбаев С. Б.**, география ғылымдарының докторы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы ҚӨУ, Қазақстан.

**Бас редактордың орынбасары: Жарлығасов Ж.Б.**, ауыл шаруашылығы ғылымдарының кандидаты, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы ҚӨУ, Қазақстан.

#### **РЕДАКЦИЯ АЛҚАСЫ**

**Әлімбаев А.Е.**, философия докторы (PhD), А.Қ. Құсайынов атындағы Еуразия гуманитарлық институты, Қазақстан.

**Емин Атасой**, PhD докторы, Улудаг университеті, Бурса қ., Түркия.

**Зоя Микниене**, докторы, (PhD) Литва денсаулық туралы ғылым университеті, Каунас қ., Литва Республикасы.

**Качев Д.А.**, философия ғылымдарының кандидаты, тарих магистрі, «Челябі мемлекеттік университеті» ЖББ ФМБББМ Қостанай филиалы, Қазақстан.

**Ксембаева С.К.**, педагогика ғылымдарының кандидаты, «Торайғыров университеті» КЕАҚ, Қазақстан.

**Лина Анастасова**, элеуметтану ғылымдарының докторы, Бургас еркін университеті, Бургас қ., Болгария.

**Медетов Н.А.**, физика-математика ғылымдарының докторы, «Ш. Уалиханов атындағы Көкшетау университеті» КЕАҚ, Қазақстан.

**Мишулина О.В.**, экономика ғылымдарының докторы, «Челябі мемлекеттік университеті» ЖББ ФМБББМ Қостанай филиалы, Қазақстан.

**Соловьев С.А.**, биология ғылымдарының докторы, Новосібір мемлекеттік экономика және басқару университеті, Ресей.

**Скороходов Д.М.**, техника ғылымдарының кандидаты, «Ресей мемлекеттік аграрлық университеті – К.А. Тимирязев атындағы Мәскеу ауыл шаруашылық академиясы» ЖББ ФМБББМ, Ресей.

**Сычева И.Н.**, ауыл шаруашылығы ғылымдарының кандидаты, «Ресей мемлекеттік аграрлық университеті – К.А. Тимирязев атындағы Мәскеу ауыл шаруашылық академиясы» ЖББ ФМБББМ, Ресей.

**Ташев А.Н.**, экология бойынша биология ғылымдарының кандидаты, орман шаруашылығы университеті, София қ., Болгария.

**Уразбоев Г.У.**, физика-математика ғылымдарының докторы, Ургенч мемлекеттік университеті, Өзбекстан.

Тіркеу туралы куәлік №5452-Ж  
Қазақстан Республикасының ақпарат министрлігімен 17.09.2004 берілген.  
Мерзімді баспа басылымын қайта есепке алу 07.11.2023 ж.  
Жазылу бойынша индексі 74081

**Редакцияның мекен-жайы:**  
110000, Қостанай қ., Байтұрсынұлы к., 47  
(Редакциялық-баспа бөлімі)  
Тел.: 8(7142) 51-11-76

© Ахмет Байтұрсынұлы атындағы  
Қостанай өңірлік университеті

№4 (76), октябрь 2024 г.  
Издается с января 2005 года  
Выходит 4 раза в год

Учредитель: *Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы*

**Главный редактор:** *Қуанышбаев С.Б.*, доктор географических наук, КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы, Казахстан.

**Заместитель главного редактора:** *Жарлығасов Ж.Б.*, кандидат сельскохозяйственных наук, КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы, Казахстан.

#### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

*Алимбаев А.Е.*, доктор философии (PhD), Евразийский гуманитарный институт имени А.К.Кусаинова, Казахстан.

*Емин Атасой*, доктор PhD, Университет Улудаг, г. Бурса, Турция.

*Зоя Микниене*, доктор (PhD), Литовский университет наук здоровья, г. Каунас, Республика Литва.

*Качеев Д.А.*, кандидат философских наук, магистр истории, Костанайский филиал ФГБОУ ВО «ЧелГУ», Казахстан.

*Ксембаева С.К.*, кандидат педагогических наук, НАО «Торайгыров университет», Казахстан.

*Лина Анастасова*, доктор социологии, Бургасский свободный университет, г. Бургас, Болгария.

*Медетов Н.А.*, доктор физико-математических наук, НАО «Кокшетауский университет им. Ш.Уалиханова», Казахстан.

*Мишулина О.В.*, доктор экономических наук, Костанайский филиал ФГБОУ ВО «ЧелГУ», Казахстан.

*Соловьев С.А.*, доктор биологических наук, Новосибирский государственный университет экономики и управления, Россия.

*Скорыходов Д.М.*, кандидат технических наук, ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева, Россия.

*Сычева И.Н.*, кандидат сельскохозяйственных наук, ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева, Россия.

*Ташев А.Н.*, кандидат биологических наук по экологии, Лесотехнический университет, г. София, Болгария.

*Уразбоев Г.У.*, доктор физико-математических наук, Ургенчский государственный университет, Узбекистан.

Свидетельство о регистрации № 5452-Ж  
выдано Министерством информации Республики Казахстан 17.09.2004 г.  
Переучёт периодического печатного издания 07.11.2023 г.  
Подписной индекс 74081

#### Адрес редакции:

110000, г. Костанай, ул. Байтұрсынова, 47  
(Редакционно-издательский отдел)  
Тел.: 8(7142) 51-11-76

УДК 517.54

**Майер, Ф.Ф.,**

кандидат физико-математических наук,  
доцент, и.о. ассоциированного профессора (доцента)  
кафедры математики и физики,  
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,  
г. Костанай, Республика Казахстан

**Берденова, Г.Ж.,**

магистр математики, старший преподаватель  
кафедры математики и физики,  
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,  
г. Костанай, Республика Казахстан

**Жарлыгасова, Э.З.,**

магистр математики, старший преподаватель  
кафедры математики и физики,  
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,  
г. Костанай, Республика Казахстан

**Нургельдина, А.Е.,**

магистр естественных наук,  
старший преподаватель  
кафедры математики и физики,  
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,  
г. Костанай, Республика Казахстан

## ТЕОРЕМЫ РОСТА И РАДИУСЫ ЗВЕЗДООБРАЗНОСТИ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ ДВАЖДЫ ПОЧТИ ЗВЕЗДООБРАЗНЫХ ФУНКЦИЙ, СВЯЗАННЫХ С ЛЕМНИСКАТОЙ БЕРНУЛЛИ

### Аннотация

В статье исследуется класс  $CCS_n^*(a, \gamma, b, \delta)$  дважды почти звездообразных в единичном круге функций  $f(z) = z + a_{n+1}z^{n+1} + a_{n+2}z^{n+2} + \dots, n \geq 1$ , который задается с помощью двух условий вида  $|(\varphi(z))^{1/\gamma} - a| \leq a, a > 1/2, 0 < \gamma \leq 1$ . В этом классе определены точные оценки модуля функций  $f(z)$  и найден точный радиус звездообразности порядка  $\alpha$ . Полученная теорема и следствия из нее не только являются новым оригинальным результатом геометрической теории функций, но и обобщают ряд ранее известных результатов.

**Ключевые слова:** однолистные функции, звездообразные функции, почти звездообразные функции, радиус звездообразности.

### 1 Введение

Пусть  $S^*$  – класс звездообразных в круге  $E = \{z: |z| < 1\}$  функций  $f(z)$  с нормировкой  $f(0) = f'(0) - 1 = 0$ , и  $S^*(\alpha)$  – его подкласс, выделяемый с помощью условия  $Re(zf'(z)/f(z)) \geq \alpha, 0 \leq \alpha < 1, z \in E$ , функции которого называют звездообразными порядка  $\alpha$ . Очевидно, что  $S^*(\alpha) \subset S^*(1) := S^*$ .

Обобщением класса  $S^*$  является введенный [1] в класс  $CS^*$  почти звездообразных функций  $f(z)$ , удовлетворяющих условию

$$Re \frac{f(z)}{g(z)} \geq 0, z \in E, \quad (1)$$

где  $g(z) \in S^*$ .

Если в условии (1) функция  $g(z)$  является не звездообразной, а почти звездообразной, то получим класс  $CCS^*$  дважды почти звездообразных функций. То есть, чтобы  $f(z) \in CCS^*$ ,

необходимо и достаточно, чтобы существовали функции  $g(z)$  и  $h(z)$ , причем  $h(z) \in S^*$ , такие, что выполняются условия

$$Re \frac{f(z)}{g(z)} \geq 0 \text{ и } Re \frac{g(z)}{h(z)} \geq 0, z \in E. \tag{2}$$

Если  $g(z) \equiv h(z)$ , то класс  $CCS^* \equiv CS^*$ .

По такой же схеме построены и другие классы почти звездообразных и дважды почти звездообразных функций, когда вместо неравенства (1) используется другое неравенство, связывающее  $f(z)$  и  $g(z)$ , или вместо (2) используются неравенства разного вида. Так, в статьях [2,3] использовались неравенства

$$Re \frac{f(z)}{g(z)} \geq 0 \text{ или } \left| \frac{f(z)}{g(z)} - 1 \right| \leq 1, \tag{3}$$

в статьях [4,5] – неравенства  $\left| \frac{f(z)}{g(z)} - a \right| \leq a, a > \frac{1}{2}$ , а в статье [6] рассматривается класс дважды почти звездообразных функций, задаваемый одним из условий

$$Re \frac{f(z)}{\lambda f(z) + (1 - \lambda)g(z)} \geq 0 \text{ или } \left| \frac{f(z)}{\lambda f(z) + (1 - \lambda)g(z)} - 1 \right| \leq 1, 0 \leq \lambda < 1,$$

где  $Re\{g(z)/z\} \geq 0$  или  $Re\{z g'(z)/g(z)\} \geq \alpha, 0 \leq \alpha < 1$ .

В последние годы в ряде статей (например, [7-11]) рассматривались классы  $CS^*$  и  $CCS^*$ , заданные с помощью конкретных звездообразных функций  $g(z) := z; z/(1 - z^2); z/(1 - z)^2; z/(1 + z); z + z^2/2$ .

В настоящей статье с помощью условий вида  $|(\varphi(z))^{1/\gamma} - a| \leq a, a > 1/2, 0 < \gamma \leq 1$ , вводится класс  $CCS_n^*(a, \gamma, b, \delta)$  дважды почти звездообразных функций  $f(z) = z + a_{n+1}z^{n+1} + a_{n+2}z^{n+2} + \dots, n \geq 1, z \in E$ , и для этого класса найден точный радиус звездообразности порядка  $\alpha$ . В частных случаях получается ряд ранее известных результатов.

## 2 Материалы и методы

Основные результаты статьи получены на основе метода подчиненности аналитических функций в сочетании с другими методами геометрической теории функций.

Пусть функция  $\varphi(z)$  является аналитической в круге  $E$ , а функция  $\varphi_0(z)$  является однолистной в  $E$ . Тогда функция  $\varphi(z)$  называется подчиненной функции  $\varphi_0(z)$ , если  $\varphi(E) \subset \varphi_0(E)$  и  $\varphi(0) = \varphi_0(0)$ , что обозначают в виде  $\varphi(z) < \varphi_0(z)$ .

Пусть  $\mathcal{R}_n$  – класс аналитических в  $E$  функций  $\varphi(z) = 1 + c_n z^n + c_{n+1} z^{n+1} + \dots, n \geq 1, z \in E$ , и пусть  $\mathcal{N}_n$  – класс нормированных аналитических в  $E$  функций  $f(z)$  вида  $f(z) = z + a_{n+1} z^{n+1} + a_{n+2} z^{n+2} + \dots, n \geq 1, z \in E$ .

Пусть  $\mathcal{P}_n$  обозначает класс функций  $\varphi(z)$  из  $\mathcal{R}_n$  с положительной вещественной частью и  $\mathcal{P}_n(a, \gamma)$  – его подкласс, функции которого удовлетворяют условию

$$\left| (\varphi(z))^{1/\gamma} - a \right| \leq a, a > 1/2, 0 < \gamma \leq 1, z \in E.$$

Данное условие равносильно тому, что множество значений  $\varphi(E)$  содержится в области  $d = \{w: |w^{1/\gamma} - a| < a, Rew > 0\}$ , границей которой является правая половина лемнискаты Бернулли с узловой точкой  $w = 0$  и углом между касательными в узловой точке, равным  $\gamma\pi$ .

**Лемма 1.** Если  $\varphi(z) \in \mathcal{P}_n(a, \gamma)$ , то в круге  $|z| \leq r, 0 \leq r < 1$ , справедлива оценка

$$\left( \frac{1-r^n}{1+(1-1/a)r^n} \right)^\gamma \leq |\varphi(z)| \leq \left( \frac{1+r^n}{1-(1-1/a)r^n} \right)^\gamma, \tag{4}$$

$$\left| z \frac{\varphi'(z)}{\varphi(z)} \right| \leq \frac{\gamma(2-1/a)nr^n}{(1-r^n)(1+(1-1/a)r^n)}, \tag{5}$$

знак равенства в которой достигаются для функции  $\varphi(z) = \varphi_0(z^n)$ , где  $\varphi_0(z) = \left( \frac{1+z}{1-(1-1/a)z} \right)^\gamma$ .

Оценка (5) доказана в [12], оценка (4) вытекает из подчиненности  $\varphi(z) < \varphi_0(z)$  на основании вложения  $\varphi(|z| \leq r) \subseteq \varphi_0(|z| \leq r^n)$  с учетом выпуклости области  $\varphi_0(E)$  и свойства симметрии функции  $\varphi_0(z)$  относительно действительной оси.

**3-4 Результаты и обсуждение**

**Определение 1.** Пусть  $f(z), g(z) \in \mathcal{N}_n$ . Будем считать, что функция  $f(z)$  принадлежит классу  $CCS_n^*(a, \gamma, b, \delta)$  дважды почти звездообразных функций тогда и только тогда, когда  $f(z)$  удовлетворяет условию

$$\left| \left( \frac{f(z)}{g(z)} \right)^{\frac{1}{\gamma}} - a \right| \leq a, \text{ где } \left| \left( \frac{g(z)}{z} \right)^{\frac{1}{\delta}} - b \right| \leq b, a, b > \frac{1}{2}, 0 < \gamma, \delta \leq 1. \quad (6)$$

Частные случаи класса  $CCS_n^*(a, \gamma, b, \delta)$  при  $\gamma = \delta = 1, a \rightarrow \infty, b \rightarrow \infty$  или  $\gamma = \delta = 1, a = 1, b \rightarrow \infty$  исследовались в статье [7], где найдены радиусы звездообразности указанных выше классов функций относительно различных подклассов класса  $S^*$  (например, относительно  $S^*(\alpha), S^*(\sqrt{1+z}), S^*(e^z), S^*(z + \sqrt{1+z^2})$  и других). В качестве примера найдем радиусы звездообразности порядка  $\alpha$  класса  $CCS_n^*(a, \gamma, b, \delta)$ , то есть радиусы звездообразности  $CCS_n^*(a, \gamma, b, \delta)$  относительно класса  $S^*(\alpha)$ .

**Теорема 1.** Если  $f(z) \in CCS_n^*(a, \gamma, b, \delta)$ , то в круге  $|z| \leq r, 0 \leq r < 1$ , справедлива точная оценка

$$\frac{r(1-r^n)^{\gamma+\delta}}{\left(1 + \left(1 - \frac{1}{a}\right)r^n\right)^\gamma \left(1 + \left(1 - \frac{1}{b}\right)r^n\right)^\delta} \leq |f(z)| \leq \frac{r(1+r^n)^{\gamma+\delta}}{\left(1 - \left(1 - \frac{1}{a}\right)r^n\right)^\gamma \left(1 - \left(1 - \frac{1}{b}\right)r^n\right)^\delta} \quad (7)$$

и точный радиус  $r^*(\alpha)$  звездообразности порядка  $\alpha$  класса  $CCS_n^*(a, \gamma, b, \delta)$  определяется как единственный на  $(0; 1)$  корень уравнения

$$1 - \frac{\gamma(2-1/a)nr^n}{(1-r^n)(1+(1-1/a)r^n)} - \frac{\delta(2-1/b)nr^n}{(1-r^n)(1+(1-1/b)r^n)} - \alpha = 0. \quad (8)$$

**Доказательство.** Если обозначить  $\varphi(z) = \frac{f(z)}{g(z)}, \psi(z) = \frac{g(z)}{z}$ , то  $f(z) = z\varphi(z)\psi(z)$ . В силу этого равенства и оценки (4), примененной к функциям  $\varphi(z) \in \mathcal{P}_n(a, \gamma)$  и  $\psi(z) \in \mathcal{P}_n(b, \delta)$ , получим оценку (7), точность которой следует из точности оценки (4).

Из равенства  $f(z) = z\varphi(z)\psi(z)$  получаем

$$z \frac{f'(z)}{f(z)} = 1 + z \frac{\varphi'(z)}{\varphi(z)} + z \frac{\psi'(z)}{\psi(z)}.$$

Поэтому на основании оценки (5), примененной к функциям  $\varphi(z)$  и  $\psi(z)$ , в круге  $|z| \leq r$  получаем

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} z \frac{f'(z)}{f(z)} &= 1 + \operatorname{Re} z \frac{\varphi'(z)}{\varphi(z)} + \operatorname{Re} z \frac{\psi'(z)}{\psi(z)} \geq 1 - \left| z \frac{\varphi'(z)}{\varphi(z)} \right| - \left| z \frac{\psi'(z)}{\psi(z)} \right| \geq \\ &\geq 1 - \frac{\gamma(2-1/a)nr^n}{(1-r^n)(1+(1-1/a)r^n)} - \frac{\delta(2-1/b)nr^n}{(1-r^n)(1+(1-1/b)r^n)}. \end{aligned}$$

Если  $r = r^*(\alpha)$  – корень уравнения (8), то отсюда следует, что  $\operatorname{Re} z \frac{f'(z)}{f(z)} \geq \alpha$  и  $f(z)$  является звездообразной порядка  $\alpha$  в круге  $|z| \leq r^*(\alpha)$ .

Поскольку  $a, b > 1/2$ , то с учетом этого нетрудно доказать, что функции

$$m_1(r) = \frac{\gamma(2-1/a)nr^n}{(1-r^n)(1+(1-1/a)r^n)}, m_2(r) = \frac{\delta(2-1/b)nr^n}{(1-r^n)(1+(1-1/b)r^n)}$$

монотонно возрастают на  $[0; 1)$  от 0 до  $+\infty$ . Поэтому уравнение  $1 - \alpha - m_1(r) - m_2(r) = 0$ , а значит, и уравнение (8) на  $(0; 1)$  имеет единственный корень  $r^*(\alpha)$ .

Покажем, что радиус звездообразности является точным. Рассмотрим функцию  $f_0(z) = z\varphi_0(z^n)\psi_0(z^n)$ , где

$$\varphi_0(z) = \left( \frac{1+z}{1-(1-1/a)z} \right)^\gamma, \psi_0(z) = \left( \frac{1+z}{1-(1-1/b)z} \right)^\delta.$$

Полагая  $g_0(z) = z\psi_0(z^n)$ , можно установить, что для функции  $f_0(z) = \varphi_0(z^n)g_0(z)$  выполняются условия (7), то есть  $f_0(z) \in CS_n^*(a, \gamma, b, \delta)$ .

Пусть  $z = \sqrt[n]{-1}r$ . Тогда  $z^n = -r^n$  и учитывая равенство

$$z \frac{f_0'(z)}{f_0(z)} = 1 + \frac{\gamma(2 - 1/a)nz^n}{(1 + z^n)(1 - (1 - 1/a)z^n)} + \frac{\delta(2 - 1/b)nz^n}{(1 + z^n)(1 - (1 - 1/b)z^n)},$$

в точке  $z = \sqrt[n]{-1}r$ , где  $r = r^*(\alpha)$  – корень уравнения (8), получаем

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} z \frac{f_0'(z)}{f_0(z)} \Big|_{\sqrt[n]{-1}r} &= \\ &= 1 - \frac{\gamma(2 - 1/a)nr^n}{(1 - r^n)(1 + (1 - 1/a)r^n)} - \frac{\delta(2 - 1/b)nr^n}{(1 - r^n)(1 + (1 - 1/b)r^n)} = \alpha. \end{aligned}$$

Следовательно, радиус звездообразности порядка  $\alpha$  увеличить нельзя. Теорема 1 доказана.

При  $\delta = 1, b \rightarrow \infty$  из теоремы 3 вытекает

**Следствие 1.** Пусть  $c = 1 - 1/a, f(z), g(z) \in \mathcal{N}_n$ , Если  $|(f(z)/g(z))^{1/\gamma} - a| \leq a$  и  $\operatorname{Re}\{g(z)/z\} \geq 0$ , то в круге  $|z| \leq r, 0 \leq r < 1$ , справедлива точная оценка  $r(1 - r^n)^{\gamma+1}$

$$\frac{r(1 - r^n)^{\gamma+1}}{(1 + (1 - 1/a)r^n)^\gamma(1 + r^n)} \leq |f(z)| \leq \frac{r(1 + r^n)^{\gamma+1}}{(1 - (1 - 1/a)r^n)^\gamma(1 - r^n)}$$

и точный радиус  $r^*(\alpha)$  звездообразности порядка  $\alpha$  функции  $f(z)$  определяется как единственный на  $(0; 1)$  корень уравнения

$$1 - \alpha - \frac{\gamma(1+c)nr^n}{(1-r^n)(1+cr^n)} - \frac{2nr^n}{1-r^{2n}} = 0. \tag{9}$$

Отсюда при  $\gamma = 1, a \rightarrow \infty$  и при  $\gamma = 1, a = 1$  получаем обобщение радиусов звездообразности порядка  $\alpha$  классов  $\mathcal{F}_1$  и  $\mathcal{F}_3$  из [7] в случае, когда  $f(z), g(z) \in \mathcal{N}_n$  при  $n \geq 1$ :

$$\mathcal{F}_n^1: \operatorname{Re} \frac{f(z)}{g(z)} \geq 0, \operatorname{Re} \frac{g(z)}{z} \geq 0, z \in E \Rightarrow r^*(\alpha) = \left( \frac{\sqrt{4n^2 + (1 - \alpha)^2} - 2n}{1 - \alpha} \right)^{1/n};$$

$$\mathcal{F}_n^3: \left| \frac{f(z)}{g(z)} - 1 \right| \leq 1, \operatorname{Re} \frac{g(z)}{z} \geq 0, z \in E \Rightarrow r^*(\alpha) = \left( \frac{\sqrt{9n^2 + 4(1 - \alpha)(1 - \alpha + n)} - 3n}{2(1 - \alpha + n)} \right)^{1/n},$$

а также теоремы роста для классов  $\mathcal{F}_n^1$  и  $\mathcal{F}_n^3$ .

Кроме того, при  $\gamma = n = 1, \alpha = 0$  из следствия 1 получаем, что если  $|f(z)/g(z) - a| \leq a, \operatorname{Re}\{g(z)/z\} \geq 0, z \in E$ , то радиус звездообразности находится как единственный на  $(0; 1)$  корень уравнения  $cr^3 + (2 + 3c)r^2 + 3r - 1 = 0$ . Данный результат совпадает с частным случаем теоремы 3.1 при  $\lambda = 0$  из [6].

При  $a \rightarrow \infty, b \rightarrow \infty$  уравнение (8) преобразуется к виду  $(1 - \alpha)r^{2n} + 2(\gamma + \delta)nr^n - 1 + \alpha = 0$ , откуда вытекает

**Следствие 2.** Пусть  $f(z), g(z) \in \mathcal{N}_n$  и выполняются условия

$$\left| \arg \frac{f(z)}{g(z)} \right| \leq \gamma \frac{\pi}{2}, \left| \arg \frac{g(z)}{z} \right| \leq \delta \frac{\pi}{2}, 0 < \gamma, \delta \leq 1.$$

Тогда в круге  $|z| \leq r, 0 \leq r < 1$ , справедлива оценка

$$r \left( \frac{1 - r^n}{1 + r^n} \right)^{\gamma+\delta} \leq |f(z)| \leq r \left( \frac{1 + r^n}{1 - r^n} \right)^{\gamma+\delta}$$

и функция  $f(z)$  является звездообразной порядка  $\alpha$  в круге  $|z| \leq r^*(\alpha)$ , где

$$r^*(\alpha) = \left( \left( \sqrt{(\gamma + \delta)^2 n^2 + (1 - \alpha)^2} - (\gamma + \delta)n \right) / (1 - \alpha) \right)^{1/n}.$$

Результат точный.

При  $\gamma = \delta = 1, \alpha = 0$  из следствия 2 вытекает следствие 1 из [13]:

$$f(z), g(z) \in \mathcal{N}_n, \operatorname{Re} \frac{f(z)}{g(z)} \geq 0, \operatorname{Re} \frac{g(z)}{z} \geq 0, z \in E \Rightarrow r^* = \left[ (4n^2 + 1)^{\frac{1}{2}} - 2n \right]^{1/n}.$$

**Следствие 3.** Пусть  $f(z) \in \mathcal{N}_n, \left| \left( \frac{f(z)}{z} \right)^{1/\gamma} - a \right| \leq a, a > \frac{1}{2}, 0 < \gamma \leq 1, z \in E$ . Тогда в круге  $|z| \leq r, 0 \leq r < 1$ , справедлива точная оценка

$$r \left( \frac{1 - r^n}{1 + (1 - 1/a)r^n} \right)^\gamma \leq |f(z)| \leq r \left( \frac{1 + r^n}{1 - (1 - 1/a)r^n} \right)^\gamma$$

и точный радиус звездообразности этого класса функций определяется по формуле

$$r^* = \begin{cases} \left( \frac{1 + \gamma(2a - 1)n - \sqrt{(1 + \gamma(2a - 1)n)^2 + 4a(a - 1)}}{2(1 - a)} \right)^{1/n}, & a \neq 1; \\ (1 + \gamma n)^{-1/n}, & a = 1. \end{cases} \quad (10)$$

**Доказательство.** Пусть  $b \rightarrow \infty, \delta \rightarrow 0$ . Тогда условию  $|(g(z)/z)^{1/\delta} - b| \leq b$  соответствует функция  $g(z) \equiv z$  и уравнение (8) приобретает вид  $(1 - r^n)(1 + (1 - 1/a)r^n) - \gamma(2 - 1/a)nr^n = 0$  или  $(a - 1)r^{2n} + (\gamma(2a - 1)n + 1)r^n - a = 0$ , откуда следует (10).

Для случая  $\gamma = 1$  следствие 3 получено в [4, теорема 2], а при  $n = \gamma = a = 1$  следствие 3 совпадает с теоремой 1 из [3], в которой установлен радиус звездообразности, равный  $1/2$ , класса функций, заданного условием  $|(f(z)/z) - 1| \leq 1$ .

При  $a \rightarrow \infty$  следствие 3 приводит к следующему результату:

$$f(z) \in \mathcal{N}_n, \left| \arg \frac{f(z)}{z} \right| \leq \gamma \frac{\pi}{2}, z \in E \Rightarrow r^* = \left[ (\gamma^2 n^2 + 1)^{\frac{1}{2}} - \gamma n \right]^{1/n},$$

который при  $\gamma = 1$  совпадает с теоремой 1 из [2].

## 5 Выводы

В настоящей статье с помощью условий вида  $|\left(\varphi(z)\right)^{1/\gamma} - a| \leq a$  вводится новый класс дважды почти звездообразных функций, для которого найдены точные теорема роста и радиус звездообразности порядка  $\alpha$ . В частных случаях получается ряд известных результатов о радиусе звездообразности, а также дополнения к данным результатам об оценках модуля функции.

Определив аналоги классов  $CCS_n^*(a, \gamma, b, \delta)$  с использованием функций  $g(z) := z/(1 - z^2); z/(1 - z)^2; z/(1 + z); z + z^2/2$ , применяя лемму 1, по схеме доказательства теоремы 1 можно получить обобщение некоторых результатов статей [8-11].

## Список литературы

- 1 Reade M.O. On close-to-close univalent functions. Michigan Math. J., 1955, 3, 59-62.
- 2 MacGregor T.H. The radius of univalence of certain analytic functions, Proc. Amer. Math. Soc., 1963, 14, 514-520.
- 3 MacGregor T.H. The radius of univalence of certain analytic functions, II. Proc. Am. Math. Soc., 1963, 14, 521-524. doi: <http://dx.doi.org/10.1090/s0002-9939-1963-0148892-5>.
- 4 Chichra P. On the radii of starlikeness and convexity of certain classes of regular functions. J. of the Australian Math. Soc., 1972, 13(2), 208-218. doi: <https://doi.org/10.1017/S1446788700011290>.
- 5 Raducanu D. Bounded doubly close-to-convex functions. Hindawi Publishing Corporation, Abstract and Applied Analysis, 2014(2014), Article ID 804095, 1-7. doi: <http://dx.doi.org/10.1155/2014/804095>.
- 6 Anh V.V., Tuan P.D. On starlikeness and convexity of certain pacific. Journal of Mathematics, 1977, 69(1), 1-9. doi: <https://doi.org/10.2140/PJM.1977.69.1>.
- 7 Ali R.M., Jain N.K., Ravichandran V. On the radius constants for classes of analytic functions // arXiv:1207.4529v1 [math.CV] – 2012, 1-16. <http://arxiv.org/abs/1207.4529v1>. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1207.4529>.

8 Khatter K., Lee S. K., Ravichandran V. Radius of starlikeness for classes of analytic functions // arXiv preprint arXiv:2006.11744 – 2020. doi: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2006.11744>.

9 El-Faqeer A.S.A., Mohd M.H., Ravichandran V., Supramaniam S. Starlikeness of certain analytic functions // arXiv preprint arXiv:2006.11734, 2020. doi: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2006.11734>.

10 Sebastianc A., Ravichandran V. Radius of starlikeness of certain analytic functions. Math. Slovaca, 2021, 71(1), 83-104. doi: <https://doi.org/10.1515/ms-2017-0454>.

11 Kanaga R., Ravichandran V. Starlikeness for Certain Close-to-Star Functions. Hacet. J. Math. Stat., 2021, 50 (2), 414-432. doi: <https://doi.org/10.15672/hujms.702703>.

12 Майер Ф.Ф., Тастанов М.Г., Утемисова А.А., Байманкулов А.Т. Об обобщении некоторых классов почти выпуклых и типично вещественных функций // Вестник ТГУ, Серия «Математика и механика», Томск. – 2023. – №84. – С. 147-156. doi: <https://www.mathnet.ru/links/36b8b367bce77d719cf15cb56737f2af/vtgu1025.pdf>.

13 Shah G.M. On the univalence of some analytic functions. Pacific J. Math., 1972, 43(1), 239-250. doi: <https://doi.org/10.2140/pjm.1972.43.239>.

14 Ratti J.S. The radius of convexity of certain analytic functions II, Intern. J. of Math. and Math. Scie, 1980, 3(3), 483-489. doi: <https://doi.org/10.1155/s0161171280000361>.

**МАЙЕР, Ф.Ф., БЕРДЕНОВА, Г.Ж., ЖАРЛЫГАСОВА, Э.З., НУРГЕЛЬДИНА, А.Е.**

**ЛЕМНИСКАТА БЕРНУЛЛИГЕ БАЙЛАНЫСТЫ ЕКІ ЕСЕ ДЕРЛІК ЖҮЛДЫЗ ТӘРІЗДІ ФУНКЦИЯЛАРДЫҢ КЕЙБІР КЛАСТАРЫНЫҢ ӨСУ ТЕОРЕМАЛАРЫ МЕН ЖҮЛДЫЗДЫҚ РАДИУСТАРЫ**

Мақалада  $f(z) = z + a_{n+1}z^{n+1} + a_{n+2}z^{n+2} + \dots, n \geq 1$ , функцияларының бірлік шеңберіндегі екі рет жұлдыз тәрізді  $CCS_n^*(a, \gamma, b, \delta)$  класы зерттеледі, ол түрдің екі шарты арқылы беріледі  $|(\varphi(z))^{1/\gamma} - a| \leq a, a > 1/2, 0 < \gamma \leq 1$ . Бұл класс  $f(z)$  функциясы модулінің нақты бағаларын анықтайды және  $a$  ретті жұлдыз тәрізді дәл радиусты табады. Алынған теорема және одан алынған нәтижелер геометриялық функциялар теориясының жаңа түпнұсқа нәтижесі ғана емес, сонымен қатар бұрын белгілі болған бірқатар нәтижелерді қорытындылайды.

**Түйінді сөздер:** бір жапырақты функциялар, жұлдыз тәрізді функциялар, жұлдыз тәрізді дерлік функциялар, жұлдыз тәрізді радиустар.

**MAIYER, F.F., BERDENOVA, G.Zh., ZARLYGASSOVA, E.Z., NURGELDINA, A.Ye.**

**GROWTH THEOREMS AND RADII OF STARSHAPEDNESS OF SOME CLASSES OF DOUBLY CLOSE-TO-STAR-SHAPED FUNCTIONS RELATED TO THE BERNOULLI LEMNISCATE**

The article examines the class  $CCS_n^*(a, \gamma, b, \delta)$  of functions  $f(z) = z + a_{n+1}z^{n+1} + a_{n+2}z^{n+2} + \dots, n \geq 1$ , that are doubly close-to-star-shaped functions in the unit circle, which is set using two conditions of the form  $|(\varphi(z))^{1/\gamma} - a| \leq a, a > 1/2, 0 < \gamma \leq 1$ . In this class, exact estimates of the modulus of the  $f(z)$  functions are determined and the exact radius of the starshapedness  $\alpha$  order is identified. The resulting theorem and its consequences are not only a new original result of the geometric theory of functions, but also generalizes a number of previous results.

**Key words:** univalent functions, star-shaped functions, close-to-star-shaped functions, radii of starshapedness.

#### Сведения об авторах:

**Майер Федор Федорович** – кандидат физико-математических наук, доцент, и.о. ассоциированного профессора (доцента) кафедры математики и физики, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.

**Берденова Гульнар Жалгасовна** – магистр математики, старший преподаватель кафедры математики и физики, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.

**Жарлыгасова Эльмира Закировна** – магистр математики, старший преподаватель кафедры математики и физики, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.

**Нургельдина Асель Ермековна** – магистр естественных наук, старший преподаватель кафедры математики и физики, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.

**Майер Федор Федорович** – физика-математика ғылымдарының кандидаты, доцент, математика және физика кафедрасының қауымдастырылған профессорының (доцентінің) м.а., Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.

**Берденова Гульнар Жалғасовна** – математика магистрі, машина жасау, энергетика және ақпараттық технологиялар факультеті, математика және физика кафедрасының аға оқытушы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.

**Жарлыгасова Эльмира Закировна** – математика магистрі, машина жасау, энергетика және ақпараттық технологиялар факультеті, математика және физика кафедрасының аға оқытушы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.

**Нургельдина Асель Ермековна** – жаратылыстану ғылымдарының магистрі, машина жасау, энергетика және ақпараттық технологиялар факультеті, математика және физика кафедрасының аға оқытушы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.

**Maiyer Fyodor Fyodorovich** – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Acting Associate Professor of the Department of Mathematics and Physics, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.

**Berdenova Gulnar Zhalgassovna** – Master of Mathematics, Senior Lecturer, Faculty of mechanical engineering, energy and information technologies, Department of mathematics and physics, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.

**Zarlygassova Elmira Zakirovna** – Master of Mathematics, Senior Lecturer, Faculty of mechanical engineering, energy and information technologies, Department of mathematics and physics, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.

**Nurgeldina Assel Yermekovna** – Master of Natural Sciences, Senior Lecturer, Faculty of mechanical engineering, energy and information technologies, Department of mathematics and physics, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.

УДК 582.284

**Ручкина, Г.А.,**

к.б.н., доцент, ассоциированный профессор (доцент) кафедры естественно-научных дисциплин, КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы, Костанай, Республика Казахстан

**Божекенова, Ж.Т.,**

старший преподаватель кафедры естественно-научных дисциплин, магистр биологии, КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы, Костанай, Республика Казахстан

**Қурлов, С.И.,**

старший преподаватель кафедры естественно-научных дисциплин, КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы, Костанай, Республика Казахстан

## ГИМЕНОМИЦЕТЫ СЕВЕРНЫХ РАЙОНОВ КОСТАНАЙСКОЙ ОБЛАСТИ

### Аннотация

В статье исследуется эколого-биологические факторы, которыми определяется распространение гименомицет на территории севера Коста-

**МАЗМҰНЫ****ГУМАНИТАРЛЫҚ ЖӘНЕ ӨНЕР ҒЫЛЫМДАРЫ**

<i>Безаубекова А.Д., Амиргалиева Е.С., Қайырғали Д.А. Фариза Оңғарсынова лирикасындағы әйелдер болмысы.....</i>	3
<i>Искакова Ш.К., Омарова Д.К. Қимылдың өту сипаты категориясының қазақ тіл білімінде зерттелуі.....</i>	12
<i>Исова Э.А., Атығай Ш.С. Мағжан Жұмабаевтың «Шолпанның күнәсі» әңгімесіндегі метафораның қолданысы.....</i>	20
<i>Исова Э.А., Изтұрғанова Г.М. Қазақ халқының ұлттық киімдері мен әшекей бұйымдарының этнолингвистикалық сипаты.....</i>	25
<i>Исова Э.А., Мәлікзада А.М. Рәбиға Сыздық және қазақ тіл білімі.....</i>	30
<i>Кузембайұлы А., Еркін Ә. Рәбиға Кеңес үкіметінің ұлт аймақтарды басқару жүйесі.....</i>	34
<i>Оспанұлы С., Мырзағалиева К. Ақиқат жолын іздеген ұлылар үндестігі.....</i>	40
<i>Шолпанбаева Г.А., Минних И. Әл-Фараби еңбектерін зерттеудің мәселелері.....</i>	44

**ЖАРАТЫЛЫСТАНУ ҒЫЛЫМДАРЫ**

<i>Алимбаев А.А., Юрк О.С. Математика пәнін оқытуда проблемалық әдісті қолдану.....</i>	50
<i>Амантаева А.Б., Курманғалиева А.А., Туктубаева С.А. Физика оқытудағы ғылым тарихының рөлі: тарихи контекст қазіргі физикалық теорияларды түсінуге қандай көмек етеді.....</i>	57
<i>Майер Ф.Ф., Берденова Г.Ж., Жарлыгасова Э.З., Нургельдина А.Е. Лемниската Бернуллиге байланысты екі есе дерлік жұлдыз тәрізді функциялардың кейбір кластарының өсу теоремалары мен жұлдыздық радиустары.....</i>	63
<i>Ручкина Г.А., Божекенова Ж.Т., Курлов С.И. Қостанай облысының солтүстік аудандарының гименомицеттері.....</i>	69
<i>Султангазина Г.Ж., Артемчук А.В. Қостанай облысы Сарыкөл ауданының жоғары тамырлы өсімдіктер флорасы.....</i>	74
<i>Султангазина Г.Ж., Оджухвердиева С.В. Қостанай қаласының қалалық флорасына таксономиялық талдау.....</i>	79
<i>Тастанов М.Ф., Курманғалиева А.А. Ағылшын тіліндегі физика сабақтарында тілдік және мазмұндық оқытуды интеграциялаудағы bics және calp рөлі.....</i>	84
<i>Тастанов М.Ф., Туктубаева С.А. Физика мұғалімінің тәжірибесіне проблемалық оқыту әдістерін енгізу және оларды оқушылардың зерттеу дағдыларын дамытуда қолданудың тиімділігін зерттеу.....</i>	93

**ИНЖИНИРИНГ ЖӘНЕ ТЕХНОЛОГИЯ**

<i>Ибрагимова С.В., Давлетшин Н.Р. Әуе электр желілерінде мұз қатуға қарсы күрес әдістері.....</i>	99
<i>Ибрагимова С.В., Дускаев С.А. Жарықтандыру жүйесін жаңғырту арқылы кәсіпорындардың энергия тиімділігін арттыру әдістерін іске асыру.....</i>	107

**АУЫЛ ШАРУАШЫЛЫҒЫ ЖӘНЕ ВЕТЕРИНАРИЯ ҒЫЛЫМДАРЫ**

<i>Амантаев М.А., Золотухин Е.А., Кравченко Р.И., Оспанов М.Б. Белсенді жетекті ротациялық жұмыс органдарын зерттеуге арналған зертханалық қондырғы әзірлеу.....</i>	115
<i>Какабаев, Н.А., Кравченко, Р.И., Золотухин, Е.А., Жәмәш, К.Ж. Астықты ұнтақтауға арналған балғалы ұнтақтағыштардың конструкциялары мен өнімділігін және дайын өнімнің сапасын салыстырмалы талдау.....</i>	122

**ӘЛЕУМЕТТІК ҒЫЛЫМДАР**

<i>Байжанова Л.А.-Н., Абдрахманова А.Д., Амантаева Р.К.</i> Қазақстанда айналмалы экономиканың даму келешегі .....	129
<i>Байжанова Л.А.-Н., Досмакова А.Е., Молдагалиева Н.Д.</i> Өңірдің инвестициялық әлеуетін аймақтық жүйе ретінде жүзеге асырудың негізгі көрсеткіштері .....	135
<i>Сартанова Н.Т., Амантаева Р.К., Байжанова Л.А.-Н.</i> Үздіксіз оқыту күші: қазіргі заманғы оқыту ұйымдарында топтық жұмыс тиімділігін, уақытты басқаруды және шешім қабылдауды арттыру .....	140
<b>МЕРЕЙТОЙЛЫҚ ҚҰТТЫҚТАУЛАР</b> .....	149
<b>АВТОРЛАРДЫҢ НАЗАРЫНА</b> .....	151

## СОДЕРЖАНИЕ

**ГУМАНИТАРНЫЕ НАУКИ И ИСКУССТВО**

<i>Безаубекова А.Д., Амиргалиева Е.С., Қайырғали Д.А.</i> Женские реалии в лирике Фаризы Онгарсыновой.....	3
<i>Искакова Ш.К., Омарова Д.К.</i> Изучение аспектологии в казахском языке.....	12
<i>Исова Э.А., Атығай Ш.С.</i> Языковое использование метафоры в рассказе Магжана Жумабаева «Шолпанның күнәсі».....	20
<i>Исова Э.А., Изтұрғанова Г.М.</i> Этнолингвистическая характеристика национальной одежды и украшений казахского народа.....	25
<i>Исова Э.А., Мәлікзада А.М.</i> Академик Р. Сыздық и современный казахский язык.....	30
<i>Кузембайұлы А., Еркін Ә.</i> Система управления национальными регионами советского правительства.....	34
<i>Оспанұлы С., Мырзағалиева К.</i> Созвучие великих, ищущих путь истины.....	40
<i>Шолпанбаева Г.А., Минних И.</i> Проблемы изучения трудов Аль-Фараби.....	44

**ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ**

<i>Алимбаев А.А., Юрк О.С.</i> Применение проблемно-ориентированного обучения в математике.....	50
<i>Амантаева А.Б., Курманғалиева А.А., Туктубаева С.А.</i> Роль истории науки в преподавании физики: как исторический контекст помогает понять современные физические теории.....	57
<i>Майер Ф.Ф., Берденова Г.Ж., Жарлыгасова Э.З., Нургельдина А.Е.</i> Теоремы роста и радиусы звездообразности некоторых классов дважды почти звездообразных функций, связанных с лемнискатой Бернулли.....	63
<i>Ручкина Г.А., Божжекенова Ж.Т., Курлов С.И.</i> Гименомицеты северных районов Костанайской области.....	69
<i>Султангазина Г.Ж., Артемчук А.В.</i> Флора высших сосудистых растений Сарыкольского района Костанайской области.....	74
<i>Султангазина Г.Ж., Оджахвердиева С.В.</i> Таксономический анализ урбанofлоры города Костанай.....	79
<i>Тастанов М.Г., Курманғалиева А.А.</i> Роль bics и calp в интеграции изучения языка и содержания на уроках физики на английском языке.....	84
<i>Тастанов М.Г., Туктубаева С.А.</i> Внедрение методов проблемного обучения в практику учителя физики и исследование эффективности их использования в развитии исследовательских навыков учащихся.....	93

**ИНЖИНИРИНГ И ТЕХНОЛОГИИ**

<i>Ибрагимова С.В., Давлетшин Н.Р.</i> Методы борьбы с гололёдообразованием на воздушных линиях электропередач.....	99
<i>Ибрагимова С.В., Дускаев С.А.</i> Реализация методов повышения энергоэффективности предприятий путем модернизации системы освещения.....	107

**СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫЕ, ВЕТЕРИНАРНЫЕ НАУКИ**

<i>Амантаев М.А., Золотухин Е.А., Кравченко Р.И., Оспанов М.Б.</i> Разработка лабораторной установки для исследования ротационных рабочих органов с активным приводом.....	115
<i>Какабаев, Н.А., Кравченко, Р.И., Золотухин, Е.А., Жәмәш, К.Ж.</i> Сравнительный анализ конструкций и производительности молотковых дробилок для измельчения зерна и качества готового продукта.....	122

**СОЦИАЛЬНЫЕ НАУКИ**

*Байжанова Л.А.-Н., Абдрахманова А.Д., Амантаева Р.К.* Перспективы развития экономики замкнутого цикла в Казахстане..... 129

*Байжанова Л.А.-Н., Досмакова А.Е., Молдагалиева Н.Д.* Ключевые индикаторы реализации инвестиционного потенциала региона как территориальной системы..... 135

*Сартанова Н.Т., Амантаева Р.К., Байжанова Л.А.-Н.* Сила непрерывного обучения: повышение эффективности командной работы, управления временем и принятия решений в современных обучающих организациях..... 140

**ЮБИЛЕЙНЫЕ ПОЗДРАВЛЕНИЯ**..... 149

**ИНФОРМАЦИЯ ДЛЯ АВТОРОВ**..... 154

**CONTENT****HUMANITIES AND ARTS**

<i>Bezaubekova A.D., Amirgalieva E.S., Kayyrgali D.A.</i> Women's realities in the lyrics of Fariza Ongarsynova .....	3
<i>Iskakoba Sh.K., Omarova D.K.</i> Studying the aspectuality of verb in the kazakh language .....	12
<i>Isova E.A., Atygai Sh.S.</i> Linguistic use of metaphor in Magzhan Zhumabayev's story "Sholpannyn kunasi" .....	20
<i>Isova E.A., Izturganova G.M.</i> The ethnolinguistic characteristics of traditional clothing and jewelry of the kazakh people .....	25
<i>Isova E.A., Malikzada A.M.</i> Academician R.Syzdyk and the modern kazakh language .....	30
<i>Kuzembayuly A., Yerkin A.</i> The soviet government's nation management system .....	34
<i>Ospanuli S., Myrzagalieva K.</i> The harmony of the great ones who seek the path of truth.....	40
<i>Sholpanbayeva G.A., Minnikh I.</i> Problems of studying the works of Al-Farabi .....	44

**NATURAL SCIENCES**

<i>Alimbayev A.A., Yurk O.S.</i> Using problem-based learning in mathematics.....	50
<i>Amantayeva A.B., Kurmangaliyeva A.A., Tuktubayeva S.A.</i> The role of the history of science in teaching physics: how historical context aids understanding of modern physical theories.....	57
<i>Mayer F.F., Berdenova G.Zh., Zarlygassova E.Z., Nurgeldina A.Ye.</i> Growth theorems and radii of starshapedness of some classes of doubly close-to- star-shaped functions related to the Bernoulli lemniscate .....	63
<i>Ruchkina G.A., Bozhekenova Zh.T., Kurlov S.I.</i> Hymenomycetes of the northern areas of the Kostanay region .....	69
<i>Sultangazina G.Zh., Artemchuk A.V.</i> Flora of higher vascular plants of the Sarykol district of the Kostanay region .....	74
<i>Sultangazina G.Zh., Odzhakhverdiyeva S.V.</i> Taxonomic analysis of the Kostanay urban flora .....	79
<i>Tastanov M.G., Kurmangaliyeva A.A.</i> The role of bics and calp in the integration of language and content learning in the physics lessons in english.....	84
<i>Tastanov M.G., Tuktubayeva S.A.</i> The introduction of problem-based learning methods into the practice of a physics teacher and the study of the effectiveness of their use in the development of students' research skills .....	93

**ENGINEERING AND TECHNOLOGY**

<i>Ibragimova S.V., Davletshin N.R.</i> Methods of overhead power lines de-icing .....	99
<i>Ibragimova S.V., Duskayev S.A.</i> Implementation of methods to improve energy efficiency of enterprises through the lighting system modernization .....	107

**AGRICULTURAL, VETERINARY SCIENCES**

<i>Amantayev M.A., Zolotukhin Ye.A., Kravchenko R.I., Ospanov M.B.</i> Development of a laboratory setup for studying rotary working bodies with active drive .....	115
<i>Kakabayev N.A., Kravchenko R.I., Zolotukhin Ye.A., Zhamash K.Zh.</i> Comparative analysis of the designs and performance of hammer mill and finished product quality.....	122

**SOCIAL SCIENCES**

<i>Baizhanova L.A-N., Abdrakhmanova A.D., Amantayeva R.K.</i> Prospects for the development of a closed-cycle economy in Kazakhstan .....	129
<i>Baizhanova L.A-N., Dosmakova A.Ye.,Moldagaliyeva N.D.</i> Key indicators of unlocking the investment potential of the region as a territorial system .....	135

---

<i>Sartanova N.T., Amantayeva R.K., Baizhanova L.A-N. The power of lifelong learning: improving teamwork, time management, and decision making in today's educational organizations</i> .....	140
<b><i>ANNIVERSARY CONGRATULATIONS</i></b> .....	149
<b><i>INFORMATION FOR AUTHORS</i></b> .....	157

**Редактор, корректор:** *А. Симонова*  
**Корректорлар:** *Б. Сыздыкова, Т. Цай*  
**Компьютерлік беттеу:** *С. Красикова*

**Редактор, корректор:** *А. Симонова*  
**Корректоры:** *Б. Сыздыкова, Т. Цай*  
**Компьютерная верстка:** *С. Красикова*

---

---

Басуға 14.10.2024 ж. берілді.  
Пішімі 60x84/8. Көлемі 12,0 б.т.  
Тапсырыс № 071

Подписано в печать 14.10.2024 г.  
Формат 60x84/8. Объем 12,0 п.л.  
Заказ № 071

Ахмете Байтұрсынұлы атындағы  
Қостанай өңірлік университетіндегі  
редакциялық-баспа бөлімінде басылған  
Қостанай қ., Байтұрсынов к., 47

Отпечатано в редакционно-издательском отделе  
Костанайского регионального университета  
имени Ахмет Байтұрсынұлы  
г. Костанай, ул. Байтұрсынова, 47