



BAITURSYNULY
UNIVERSITY

«АХМЕТ БАЙТҰРСЫНҰЛЫ
АТЫНДАҒЫ ҚОСТАНАЙ Өңірлік
УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ



ҚМПИ ЖАРШЫСЫ

КӨПСАЛАЛЫ
ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛЫ
МНОГОПРОФИЛЬНЫЙ
НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

№ 2
2025

ISSN 2310-3353



2025 ж., сәуір, №2 (78)
Журнал 2005 ж. қаңтардан бастап шығады
Жылына төрт рет шығады

Құрылтайшы: *Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті*

Бас редактор: *Куанышбаев С.Б.*, география ғылымдарының докторы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы ҚӨУ, Қазақстан.

Бас редактордың орынбасары: *Жарлыгасов Ж.Б.*, ауыл шаруашылығы ғылымдарының кандидаты, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы ҚӨУ, Қазақстан.

РЕДАКЦИЯ АЛҚАСЫ

Әлімбаев А.Е., философия докторы (PhD), А.Қ. Құсайынов атындағы Еуразия гуманитарлық институты, Қазақстан.

Балтабаева А.С., Қостанай облысы әкімдігі білім басқармасының «Әдістемелік орталығы» КММ, Қостанай қ., Қазақстан.

Бережнова Е.В., педагогика ғылымдарының докторы, профессор Ресей Федерациясы Сыртқы істер министрлігінің Мәскеу мемлекеттік Халықаралық қатынастар институты (университеті), Ресей.

Емин Атасой, PhD докторы, Улудаг университеті, Бурса қ., Түркия.

Зоя Микниене, докторы, (PhD) Литва денсаулық туралы ғылым университеті, Каунас қ., Литва Республикасы.

Качеев Д.А., философия ғылымдарының кандидаты, тарих магистрі, «Челябі мемлекеттік университеті» ЖББ ФМББМ Қостанай филиалы, Қазақстан.

Ксембаева С.К., педагогика ғылымдарының кандидаты, «Торайғыров университеті» КЕАҚ, Қазақстан.

Лина Анастасова, әлеуметтану ғылымдарының докторы, Бургас еркін университеті, Бургас қ., Болгария.

Медетов Н.А., физика-математика ғылымдарының докторы, «Ш. Уалиханов атындағы Көкшетау университеті» КЕАҚ, Қазақстан.

Мишулина О.В., экономика ғылымдарының докторы, «Челябі мемлекеттік университеті» ЖББ ФМББМ Қостанай филиалы, Қазақстан.

Рахимова Э.Е., «№ 1 мектеп-лицей» КММ мұғалімі, «Үздік педагог-2023 жыл», Қостанай қ., Қазақстан.

Соловьев С.А., биология ғылымдарының докторы, Новосібір мемлекеттік экономика және басқару университеті, Ресей.

Скороходов Д.М., техника ғылымдарының кандидаты, «Ресей мемлекеттік аграрлық университеті – К.А. Тимирязев атындағы Мәскеу ауыл шаруашылық академиясы» ЖББ ФМББМ, Ресей.

Скударева Г.Н., педагогика ғылымдарының докторы, профессор, Мемлекеттік гуманитарлық-технологиялық университетінің ректоры, Орехово-Зуево қ., Ресей

Сычева И.Н., ауыл шаруашылығы ғылымдарының кандидаты, «Ресей мемлекеттік аграрлық университеті – К.А. Тимирязев атындағы Мәскеу ауыл шаруашылық академиясы» ЖББ ФМББМ, Ресей.

Ташев А.Н., экология бойынша биология ғылымдарының кандидаты, орман шаруашылығы университеті, София қ., Болгария.

Уразбоев Г.У., физика-математика ғылымдарының докторы, Ургенч мемлекеттік университеті, Өзбекстан.

Тіркеу туралы куәлік №5452-Ж

Қазақстан Республикасының ақпарат министрлігімен 17.09.2004 берілген.

Мерзімді баспа басылымын қайта есепке алу 07.11.2023 ж.

Жазылу бойынша индексі 74081

Редакцияның мекен-жайы:
110000, Қостанай қ., Байтұрсынов к., 47
(Редакциялық-баспа бөлімі)
Тел.: 8(7142) 51-11-76

© Ахмет Байтұрсынұлы атындағы
Қостанай өңірлік университеті

№2 (78), апрель 2025 г.
Издается с января 2005 года
Выходит 4 раза в год

Учредитель: *Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы*

Главный редактор: *Куанышбаев С.Б.*, доктор географических наук, КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы, Казахстан.

Заместитель главного редактора: *Жарлыгасов Ж.Б.*, кандидат сельскохозяйственных наук, КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы, Казахстан.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Алимбаев А.Е., доктор философии (PhD), Евразийский гуманитарный институт имени А.К.Кусаинова, Казахстан.

Балтабаева А.С., директор КГУ «Методический центр» Управления образования Костанайской области, г. Костанай, Казахстан.

Бережнова Е.В., доктор педагогических наук, профессор, Московский государственный институт международных отношений (университет) Министерства иностранных дел Российской Федерации, Россия.

Емин Атасой, доктор PhD, Университет Улудаг, г. Бурса, Турция.

Зоя Микниене, доктор (PhD), Литовский университет наук здоровья, г. Каунас, Республика Литва.

Качеев Д.А., кандидат философских наук, магистр истории, Костанайский филиал ФГБОУ ВО «ЧелГУ», Казахстан.

Ксембаева С.К., кандидат педагогических наук, НАО «Торайгыров университет», Казахстан.

Лина Анастасова, доктор социологии, Бургасский свободный университет, г. Бургас, Болгария.

Медетов Н.А., доктор физико-математических наук, НАО «Кокшетауский университет им. Ш.Уалиханова», Казахстан.

Мишулина О.В., доктор экономических наук, Костанайский филиал ФГБОУ ВО «ЧелГУ», Казахстан.

Рахимова Э.Е., учитель, КГУ «Школа-лицей № 1», «Лучший педагог-2023 года», г. Костанай, Казахстан.

Соловьев С.А., доктор биологических наук, Новосибирский государственный университет экономики и управления, Россия.

Скороходов Д.М., кандидат технических наук, ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева, Россия.

Скударева Г.Н., доктор педагогических наук, профессор, ректор Государственного гуманитарно-технологического университета, г. Орехово-Зуево, Россия.

Сычева И.Н., кандидат сельскохозяйственных наук, ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева, Россия.

Ташев А.Н., кандидат биологических наук по экологии, Лесотехнический университет, г. София, Болгария.

Уразбоев Г.У., доктор физико-математических наук, Ургенчский государственный университет, Узбекистан.

Свидетельство о регистрации № 5452-Ж
выдано Министерством информации Республики Казахстан 17.09.2004 г.
Переучёт периодического печатного издания 07.11.2023 г.
Подписной индекс 74081

Адрес редакции:

110000, г. Костанай, ул. Байтұрсынұлы, 47
(Редакционно-издательский отдел)
Тел.: 8(7142) 51-11-76

© Костанайский региональный университет
имени Ахмет Байтұрсынұлы

Zharlygassova Elmira Zakirovna – Master of Natural Sciences, Senior Lecturer of the Department of mathematics and physics, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.

УДК 519.245

Тасанов, М.Г.,

*кандидат физико-математических наук,
и.о. профессора кафедры математики и физики,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан*

Нургельдина, А.Е.,

*магистр естественных наук, старший преподаватель
кафедры математики и физики,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан*

СХЕМА МЕТОДОВ МОНТЕ-КАРЛО

Аннотация

При использовании метода Монте-Карло моделируются случайные величины с известными законами распределения, и из этих величин по известным правилам конструируются более сложные, распределение которых уже не может быть найдено аналитически. Эти результирующие распределения могут быть известны с точностью до параметров – в этом случае используется аппарат математической статистики для оценивания этих параметров. В случае, когда вид результирующего распределения неизвестен, используются непараметрические методы.

Ключевые слова: методы Монте-Карло, способы задания случайной величины, интеграла типа Лебега, модификации методов Монте-Карло, процесс «блуждания по сферам».

1 Введение

Моделирование более сложного случайного процесса при помощи известной простой случайной величины является основным содержанием методов Монте-Карло. Одной из самой простой случайной величиной может служить случайная величина, равномерно распределенная на промежутке $[0,1]$. Известно много способов построения, с любой заданной точностью, (хотя бы бросанием монеты) случайной величины равномерно распределенной на $[0,1]$. Подобный способ задания случайной величины называют конструктивным. Тогда, естественно требовать, чтобы рассматриваемые вероятностные пространства тоже были конструктивными. Под конструктивным вероятностным пространством будем понимать такое вероятностное пространство (Ω, U, P) , для которого существует измеримое отображение $\omega = \phi(x)$, $x \in [0,1]$, $\omega \in \Omega$, отрезка $[0,1]$ в Ω такое, что для любого $A \in U$ $\mu\{A\} = \int_B dx$, где $B = \{x: \phi(x) \in A\}$ [1]. Таким образом, требование конструктивности вероятностного пространства означает, что случайная величина, определенная на нем, должна выражаться через равномерно распределенные на $[0,1]$ случайные величины. Последние же, как отмечалось, могут быть заданы конструктивно.

2 Материалы и методы

При конструктивном задании случайные величины являются функциями указанных совокупностей равномерно распределенных случайных величин, а математические ожидания функционалов от процессов являются интегралами по единичному гиперкубу счетной крат-

ности. Если вернуться к задаче моделирования равномерно распределенной случайной величины, то мы увидим, что последовательность $\alpha_1, \alpha_2, \dots$, независимых реализаций величины должна обладать, по меньшей мере, тем свойством, что для случайных величин, конструируемых с ее помощью, должен иметь место усиленный закон больших чисел. Это означает, что при любом конечном S для любой интегрируемой функции $f_S(x_1, \dots, x_n)$ должны выполняться соотношения

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_S(\alpha_{iS}, \alpha_{i(S+1)}, \dots, \alpha_{(i+1)S-1}) = \int_0^1 \dots \int_0^1 f_S(x_1, \dots, x_S) dx_1 \dots dx_S.$$

Последовательности, для которых выполняются данное соотношение, изучаются в теории чисел. Мы этот раздел методов Монте-Карло рассматривать не будем.

Методы построения отображения $\omega = \phi(x)$, т.е. методы, с помощью которых реализации случайных величин с различными законами распределения выражаются через реализации $\alpha \in [0, 1]$, во многих конкретных случаях могут быть достаточно сложными в вычислительном отношении [2].

Задача методов Монте-Карло после получения ряда реализаций интересующей нас случайной величины ξ заключается в получении некоторых сведений о ее распределении, т.е. является типичной задачей математической статистики. При этом наиболее распространенной вычислительной задачей является задача оценки среднего значения некоторой случайной величины, т.е. задача вычисления интеграла типа Лебега по некоторой конструктивной вероятностной мере. Последняя может иметь весьма сложную природу и задаваться как композиция более простых мер.

3–4 Результаты и обсуждение

Наиболее изучен случай, когда существует конечный второй момент случайной величины. Наиболее простая вычислительная схема при этом заключается в следующем. Вычисляется N независимых реализаций случайной величины, и ее математическое ожидание оценивается с помощью среднего арифметического этих реализаций. Основанием служит тот факт, что среди линейных несмещенных оценок среднее арифметическое имеет наименьшую дисперсию. Оценка погрешности может быть получена с помощью неравенства Чебышева и имеет вероятностный характер.

Для фиксированной достаточно малой величины $\gamma = \sigma^2 / (N\varepsilon^2)$ получим

$$P \left\{ \left| \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \xi_i - M\xi \right| < \frac{\sigma}{(N\gamma)^{1/2}} \right\} > 1 - \gamma, \quad (1)$$

(смотри неравенство Чебышева, [3]).

где ξ_1, \dots, ξ_n – независимые и одинаково распределенные случайные величины, $M\xi_k = a < \infty$, $D\xi_k = \sigma^2 < \infty$ ($k = 1, \dots, n$). Из неравенства (1) следует, что с вероятностью $1 - \gamma$ среднее арифметическое независимых реализаций ξ отличается от $M\xi = a$ не более, чем на $\varepsilon = \sigma / \sqrt{N\gamma}$. При фиксированных γ и σ погрешность убывает, таким образом, как $N^{-1/2}$.

Если для оценки погрешности используется центральная предельная теорема, то при достаточно большом N величину $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \xi_i$ можно считать распределенной приблизительно нормально со средним $M\xi$ и дисперсией σ^2/N , что дает возможность построить доверительный интервал и оценить погрешность. При этом, необходимо, чтобы распределение величины $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \xi_i$ отличалось от нормального не более, чем на величину порядка $N^{-1/2}$. Дисперсия, которая определяет погрешность, может быть также оценена в процессе вычислений. Таким образом, имеется возможность определить в процессе вычислений число N , гарантирующее необходимую точность с заданной вероятностью (надежностью). Таким образом, эта задача тесно связана с задачей оценки параметров нормального распределения. При этом оценка математического ожидания дает решение задачи, а оценка дисперсии обеспечивает оценку погрешности. Хотя порядок убывания погрешности $O(N^{-1/2})$ недостаточно высокий для точных вычислений, имеются различные способы преобразования слу-

чайных величин, сохраняющие их среднее значение, но изменяющие дисперсию в меньшую сторону. Такая возможность преобразования случайных величин вытекает из равенства

$$M\xi = \int \xi(\omega)P(d\omega) = \int \xi(\omega) \frac{dP}{d\mu}(\omega)\mu(d\omega),$$

где $\mu \gg P$. Это представление даст возможность вычислять вместо среднего значения ξ по мере P среднее значение $\xi \frac{dP}{d\mu}$ по мере μ . Если

$$D\xi = \int \xi^2(\omega)P(d\omega) - (M\xi)^2, \text{ то}$$

$$D\left(\xi \frac{dP}{d\mu}\right) = \int \left(\xi \frac{dP}{d\mu}\right)^2 \mu(d\omega) - (M\xi)^2,$$

и, вообще, $D\xi \neq D\left(\xi \frac{dP}{d\mu}\right)$.

С вычислительной точки зрения, недостаточно выбрать μ таким образом, чтобы $D\left(\xi \frac{dP}{d\mu}\right)$ была меньше, чем $D\xi$, так как моделирование случайной величины $\xi \frac{dP}{d\mu}$ может оказаться значительно сложнее, чем моделирование исходной. Поэтому используют преобразования, уменьшающие вычислительную работу, необходимую для достижения заданной точности при данной надежности.

Преобразования, сохраняющие математическое ожидание случайной величины, но изменяющие ее дисперсию, называют модификациями методов Монте-Карло [4].

В последнее время интенсивно разрабатываются методы Монте-Карло для приближенного решения краевых задач. Для решения краевых задач можно выделить три подхода к построению методов Монте-Карло.

1) Дискретизация дифференциального уравнения разностным, и полученную систему линейных алгебраических уравнений решить моделированием дискретных цепей Маркова с конечным числом состояний. Последняя вычислительная схема была впервые предложена Дж. фон Нейманом и Уламом. В этом случае однородная цепь Маркова с n состояниями $\{p, \wp\}$ рассматривается в дискретные моменты времени, где $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ – распределение вероятностей начальных состояний, а $\wp = \{p_{i,j}\}_{i,j=1}^n$ – переходная стохастическая матрица. Для элементов матрицы \wp выполняется соотношения $\sum_{j=1}^n p_{i,j} = 1, i = 1, \dots, n, p_{i,j} \geq 0, i, j = 1, \dots, n$, так что ее строка с номером i представляет собой распределение вероятностей.

2) Представление решения в виде континуального интеграла и вычисление его методом Монте-Карло. Точнее, приближенное интегрирование континуального интеграла в функциональных пространствах можно осуществить по гауссовым мерам или можно оценивать по мере Винера методом Монте-Карло, основываясь на кусочно-линейные аппроксимации винеровского процесса или с помощью других приближенных формул разложения меры.

3) Сведение исходной дифференциальной задачи к специальному интегральному уравнению и решение этого интегрального уравнения методами Монте-Карло. В этом случае широко используется математический аппарат преобразования уравнений математической физики.

Во всех этих подходах решение $u(x)$ записывается в виде математического ожидания некоторой случайной величины $\xi(x)$ такой, что $u(x) = M\xi(x)$ [5]. Пусть $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N$ – независимые реализации случайной величины $\xi(x)$. Тогда в силу закона больших чисел среднее $\bar{\xi} = (\xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_N)/N$ при $N \rightarrow \infty$ сходится с вероятностью 1 к $u(x)$. Центральная предельная теорема позволяет оценить доверительный интервал для $u(x)$, если $D\xi(x) < \infty$.

Различие трех приведенных подходов состоит в выборе случайного процесса, на траектории которого строится оценка $\xi(x)$. В первом варианте – это случайные блуждания по узлам сетки, во втором – диффузионный процесс, естественным образом связанный с дифференциальным оператором, в третьем – специальный марковский процесс с дискретным

временем. Первый подход является наиболее универсальным и приводит к простым численным алгоритмам, которые, однако, в ряде случаев оказываются значительно более трудоемкими, чем алгоритмы, основанные на других подходах. Поэтому представляется интерес разработать другие различные вероятностные модели, связанных с дифференциальными уравнениями, в частности развитие подхода 3).

Трудоемкость статистических алгоритмов определяется произведением среднего времени расчетов, необходимого для реализации одного значения оценки, на ε^{-2} , где ε – требуемая погрешность вычислений. Объем вычислений в схеме 1 имеет порядок ε^{-3} . Надо отметить, что последний подход позволяет одновременно вычислять и производные от решения, важно для многих практических задач.

Процесс «блуждания по сферам». Вероятностные представления решений некоторых краевых задач винеровскими интегралами дают возможность оценивать такие решения путем моделирования винеровского процесса на ЭВМ. Однако строить винеровские траектории можно только приближенно, например, заменяя их кусочно-линейными траекториями. При достаточно широких предположениях относительно осредняемого функционала трудоемкость алгоритма, основанного на кусочно-линейной аппроксимации процесса, определяется величиной ε^{-3} , где ε – требуемая погрешность в оценке решения. Эта оценка трудоемкости связана с необходимостью построения узловых значений траекторий с шагом $\Delta t \sim \varepsilon$ [6].

Специфика винеровских интегралов, выражающих решения краевых задач, иногда позволяет для их оценки строить траекторию процесса менее подробно. Например, при оценке решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа с помощью представления

$$u(P) = M[\phi(\xi_P(\tau))],$$

достаточно моделировать выход винеровского процесса $\xi_P(t)$ на границу данной области. Это можно делать приближенно, моделируя последовательно выход траектории из максимальных сфер, целиком лежащих внутри области, причем центром очередной сферы является предыдущая точка выхода. При некоторых предположениях трудоемкость такого алгоритма определяется величиной $c|\ln \varepsilon|/\varepsilon^2$, т.е. асимптотически существенно меньше трудоемкости алгоритма, основанного на кусочно-линейной аппроксимации винеровского процесса. Из сказанного ясно, что вероятностное решение некоторых краевых задач можно связать с цепью Маркова, которую мы будем называть «блужданием по сферам» (иначе ее называют также «сферическим процессом») [7].

На первый взгляд кажется, что вероятностное решение краевых задач для уравнения эллиптического типа нельзя построить, пользуясь только «блужданием по сферам», так как вероятностное представление решения зависит от поведения винеровской траектории внутри сфер. Однако это все-таки оказалось возможным благодаря использованию «частичного осреднения» и специальных интегральных уравнений второго рода. Поэтому в данной статье рассматривается непосредственно процесс «блуждания по сферам», который значительно проще винеровского.

Определение и простейшие свойства «блуждания по сферам».

Введем следующие обозначения:

Ω' – замыкание области Ω ;

$d(P)$ – расстояние от точки P до границы $\partial\Omega$ области Ω ;

$\partial\Omega_\varepsilon$ – ε – окрестность границы $\partial\Omega$; $\partial\Omega_\varepsilon = \{P \in \Omega'; d(P) < \varepsilon\}$;

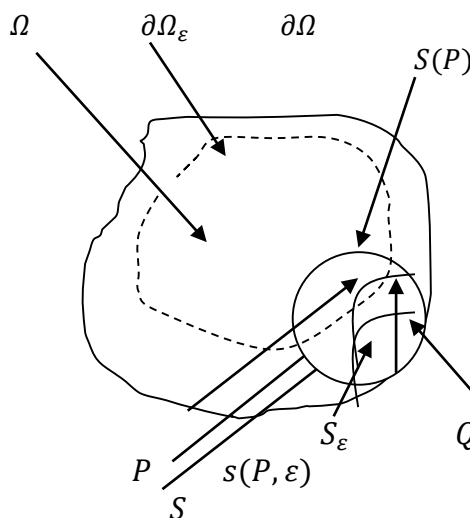
$S(P) = \{Q \in \Omega'; |Q - P| = d(P)\}$ – максимальная из сфер с центром в точке P , целиком лежащих в Ω' .

В процессе «блуждания по сферам» очередная точка P_{k+1} выбирается равномерно по поверхности сферы $S(P_k)$; процесс обрывается, если точка попадает в $\partial\Omega_\varepsilon$ [8].

Обозначим через $s(P, \varepsilon)$ – поверхность той части сферы $S(P)$, которая принадлежит множеству $\partial\Omega_\varepsilon$. Проведем сферу S_ε радиуса ε с центром в точке Q касания границы $\partial\Omega$ сфе-

рой $S(P)$. Тогда площадь части сферы $S(P)$, целиком лежащей внутри S_ε , равна $\pi\varepsilon^2$. Отсюда получаем следующую оценку снизу для вероятности попадания очередной точки в $\partial\Omega_\varepsilon$:

$$\frac{s(P,\varepsilon)}{4\pi d^2(P)} \geq \frac{\pi\varepsilon^2}{\pi d^2(P)} \geq \frac{\varepsilon^2}{4d_{max}^2} \tag{2}$$



где d_{max} точная верхняя граница радиусов сфер, целиком лежащих в Ω . Дадим теперь точное определение процесса «блуждания по сферам». Зададим цепь Маркова $\{P_n\}$ следующими характеристиками: $\pi(r) = \delta(r - P_0)$ – плотность начального распределения (т.е. цепь «выходит» из точки P_0); $p(r,r') = \delta_r(r')$ – плотность перехода из r в r' , представляющая собой обобщенную трехмерную плотность равномерного распределения вероятностей на сфере $S(r)$; $p(r)$ – вероятность обрыва цепи, определяемая выражением:

$$p(r) = \begin{cases} 0, & r \notin \Gamma_\varepsilon, \\ 1, & r \in \Gamma_\varepsilon. \end{cases}$$

Как уже было указано, эта цепь называется «блужданием по сферам». Ее можно, очевидно, записать следующим образом:

$P_n = P_{n-1} + \vec{\omega}_n d(P_{n-1}), n = 1, 2, \dots$, где $\vec{\omega}_n$ – последовательность независимых изотропных векторов единичной длины. Нетрудно заметить, что вероятность $p(r)$ обрыва цепи после очередного перехода равна вероятности непосредственного попадания из точки r в $\partial\Omega_\varepsilon$ и удовлетворяет неравенству $p(r) \geq \nu(\varepsilon)$. Отсюда находим, что среднее число переходов $q(P_0, \varepsilon)$, определяющее среднее время расчетов на ЭВМ, не превосходит $\nu^{-1}(\varepsilon)$.

5 Выводы

Известно, что траектория «блуждания по сферам» с вероятностью 1 сходится к границе области. Следовательно, для получения более точной оценки $q(P_0, \varepsilon)$ можно использовать оценки плотности $f(r)$ распределения среднего числа центров сфер $S(P_k)$ вблизи границы. Обозначим через x расстояние до границы. Соображения подобия показывают, что плотность $f(x)$ распределения среднего числа центров сфер по x с точностью до постоянного множителя должна быть близкой к x^{-1} . Отсюда вытекает соотношение $q(P_0, \varepsilon) \leq c|\ln \varepsilon|$, которому мы придадим более точный смысл на основе теории восстановления, изучающей свойства последовательностей сумм независимых случайных величин [9].

Список литературы

- 1 Ермаков С.М. Метод Монте-Карло и смежные вопросы. – М.: Наука.2015. – 492 с.
- 2 Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Курс статистического моделирования. – М.: Наука. 1982. – 247 с.
- 3 Крамер Г. Математические методы статистики. – М.: Мир. 1975.
- 4 Гмурман В.Е. Теория вероятности и математическая статистика. – М.: Высшая школа, изд. Четвертое доп. 2011. – 217 с.

5 Соболев И.М. Численные методы Монте-Карло. – М.: Наука. 1973.

6 Бусленко Н.П., Голенко Д.И., Соболев И.М., Срагович В.Г., Шрейдер Ю.А. Метод стохастических испытаний (метод Монте-Карло). – М.: ГИФЛ, 1962. – 226 с.

7 Раменская А.В. Метод Монте-Карло и инструментальные средства его реализации: методические указания / А.В. Раменская, К.В. Пивоварова. Оренбургский гос. Университет – Оренбург: ОГУ, 2018. – 58 с.

8 Бусленко Н.П., Шрейдер Ю.А. Метод стохастических испытаний Монте-Карло и его реализация в цифровых машинах. – Физматгиз, изд. Третье доп. 2012. – 301 с.

9 Михайлов Г.А. Оптимизация взвешенных методов Монте-Карло. – М. Наука, 1987. – 239 с.

ТАСТАНОВ, М.Г., НУРГЕЛЬДИНА, А.Е.

МОНТЕ-КАРЛО ӘДІСТЕРІНІҢ СХЕМАСЫ

Монте-Карло әдісін қолданған кезде белгілі таралу заңдары бар кездейсоқ шамалар модельденеді және осы шамалардан белгілі ережелерге сәйкес анағұрлым күрделі мәндер құрылады, олардың таралуын енді аналитикалық түрде табу мүмкін емес. Бұл алынған үлестірімдерді параметрлердің дәлдігімен білуге болады – мұндай жағдайда бұл параметрлерді бағалау үшін математикалық статистика аппараты қолданылады. Алынған үлестірімнің түрі белгісіз болған жағдайда параметрлік емес әдістер қолданылады.

Түйінді сөздер: Монте-Карло әдістері, кездейсоқ шаманы, лебег типті интегралды анықтау әдістері, Монте-Карло әдістерін өзгерту, «сфераларды кезу» процесі.

TASTANOV, M.G., NURGELDINA, A.Y.

MONTE-CARLO METHODS SCHEME

When using the Monte Carlo method, random variables with known distribution laws are modeled, and ones that are more complex are constructed from these quantities according to known rules, the distribution of which can no longer be found analytically. These resulting distributions can be calculated to an accuracy of the parameters – in this case, the apparatus of mathematical statistics is used to estimate these parameters. In the case when the type of the resulting distribution is unknown, nonparametric methods are used.

Key words: Monte-Carlo methods, methods of defining a random variable, Lebesgue integral, modifications of Monte-Carlo methods, the process of «floating random walk».

Сведения об авторах:

Тастанов Мейрамбек Габдуалиевич – кандидат физико-математических наук, доцент, и.о. профессора кафедры математики и физики, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.

Нургельдина Асель Ермековна – магистр естественных наук, старший преподаватель кафедры математики и физики, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.

Тастанов Мейрамбек Габдуалиұлы – физика-математика ғылымдарының кандидаты, доцент, математика және физика кафедрасы профессорының м.а., Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.

Нургельдина Асель Ермековна – жаратылыстану ғылымдарының магистрі, математика және физика кафедрасының аға оқытушысы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.

Tastanov Meirambek Gabdualiyevich – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, acting Professor of the Department of mathematics and physics, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.

Nurgeldina Assel Yermekovna – Master of Natural Sciences, Senior Lecturer of the Department of mathematics and physics, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.

МАЗМҰНЫ

ГУМАНИТАРЛЫҚ ЖӘНЕ ӨНЕР ҒЫЛЫМДАРЫ

<i>Исова Э.А., Амиргалиева Е.С.</i> Халел Досмұхамедұлының педагогикалық көзқарасы	3
<i>Қожанұлы М.</i> Қазағы бар да, Мұқағали әлемі биіктей береді	9
<i>Қожанұлы М.</i> Поэзияда шекара жоқ	17
<i>Мырзағалиева К.М., Артықбай И.Б.</i> Иmandылық ирімдері.....	26
<i>Сегизбаева К.К., Ильясова А.А.</i> Кейіпкер бейнесін жасаудың лексикалық құралдары прозада А. Куприна.....	32
<i>Толегенова Р.К.</i> Сауле Досжанның «Әйел – тұтқын болғанда» повесіндегі отбасылық қақтығыс	38

ЖАРАТЫЛЫСТАНУ ҒЫЛЫМДАРЫ

<i>Алимбаев А.А., Юрк О.С.</i> Еркін алгебралардың автоморфизмі мысалында мәселелік бағдарлық әдісті	43
<i>Бейшов Р.С., Жүнісбеков Н.Е.</i> Қостанай облысындағы медициналық түймедақ (<i>matricaria recutita</i>) өсімдігінен анықталған биологиялық белсенді қосылыстардың медициналық қолдану әлеуетін талдау	48
<i>Брагина Т.М., Забашта М.А., Сатмухамбетова Г.А.</i> Қостанай облысында қан соратын масалардың түрлеріне (<i>diptera: culicidae</i>)	53
<i>Брагина Т.М., Попов А.В.</i> 2024 жылдың жазында Убаған өзені және Тобол өзеніндегі балық аулауын салыстырмалы талдау Тобол-Ешім араласу	59
<i>Сұлтанғазина Г.Ж., Артемчук А.В.</i> Қостанай облысы Сарыкөл ауданының флорасына толықтырулар	65
<i>Сұлтанғазина Г.Ж., Муратова А.М.</i> Қостанай облысы Қарасу ауданы флорасының тіршілік формаларын талдау.....	70
<i>Сұлтанғазина Г.Ж., Муратова А.М.</i> Қостанай облысы Қарасу ауданының флорасын зерттеу	76
<i>Сұлтанғазина Г.Ж., Оджухвердиева С.В.</i> Қостанай қаласы және оның төңірлерінің урбанофлорасына экологиялық-ценоздық талдау	83
<i>Тастанов М.Г., Жарлығасова Э.З.</i> Жазықтықтың ϵ –айналасына түскенге дейін «сфералармен адасу» кадамдарының орташа саны	88
<i>Тастанов М.Г., Нургельдина А.Е.</i> Монте-Карло әдістерінің схемасы.....	94

ИНЖИНИРИНГ ЖӘНЕ ТЕХНОЛОГИЯ

<i>Амантаев М.А., Золотухин Е.А., Славов В., Орлов П.С.</i> Контактілі 3d сканалеу әдісімен жоғары дәлдікті 3d-модельдерді жасау және алынған деректерді кері инжиниринг технологиясында пайдалану перективалары.....	100
<i>Ерсултанова З.С., Жаңабай А.Қ., Ерсултанова З.С.</i> Информатика пәнін оқытуда мобильдік қосымшаны жасау және қолдану	107
<i>Ибрагимова С.В., Баннов И.Г.</i> Қарсылысты пештердің жұмыс режимін симуляциялау үшін бағдарламалық құрамдық кешендерді қолдану.....	115
<i>Колесников С.С.</i> Әтінді және көрініс бағдарламаларды пайдаланатын оқу беру үшін мобильді қосымшаларды әзірлеу үрдісін зерттеу.....	121
<i>Кравченко Р.И., Амантаев, М.А., Останин В.А., Гафурбаев В.Г.</i> Автокөліктердің дизельді қозғалтқышына арналған қуат жүйесінің сенімділігіне жағдайлардың ықпалының заңдылықтарын пайдалану	127
<i>Ребик А.А.</i> Мәтінді және көрініс бағдарламаларды пайдаланатын білім беру үшін мобильді қосымшаларды әзірлеу процесін зерттеу.....	135

Саидов А.М., Калитка Д.А., Балгужинова Ж.Е., Раисова Ж.Х. Қазіргі цифрлық шешімдер және олардың білім беру процесін басқаруға әсері 141

Саидов А.М., Калитка Д.А., Балгужинова Ж.Е., Раисова Ж.Х. Сандық технологиялар және университет педагогикасы: жаңа мүмкіндіктер мен қиындықтар..... 147

Тастанов М.Ғ., Туктубаева С.А. Сандық дәуірдегі проблемаға бағытталған оқыту: технологиялар, кейстер мен перспективалар 152

АУЫЛ ШАРУАШЫЛЫҒЫ ЖӘНЕ ВЕТЕРИНАРИЯ ҒЫЛЫМДАРЫ

Бейшов Р.С., Каримова А.К. Микросателитті днк-маркерлердің негізіндегі герефорд тұқымды ірі қара малдың генетикалық полиморфизмі..... 159

ӘЛЕУМЕТТІК ҒЫЛЫМДАР

Дамбаулова Г.К., Мұхаметқали Р.З., Молдағалиева Н.Д. Тиімділіктің негізгі көрсеткіштері: принциптер, қолдану және болашақ тенденциялар..... 176

Медиева А.Р. Қазақстан және әлемдегі Олимпиадалық қозғалыстың даму тенденциялары мен болашағы 182

Мұқатаева Ж.М., Кушурова А.А. Мазасыздық және оның оқушылардың үлгерімімен байланыс 194

Тастанов М.Ғ., Қурманғалиева А.А. Материалды қабылдауды жақсарту үшін clil-де scaffolding қолдану..... 199

Шагаева Д.С. Қазақстан Республикасында сот төрелігін жүзеге асыру саласындағы заңдылық пен әділдікті қамтамасыз ету мәселері 206

Шагаева Д.С. Судьялардың құқықтық санасы және құқықтық мәдениеті 210

АВТОРЛАРДЫҢ НАЗАРЫНА 215

СОДЕРЖАНИЕ

ГУМАНИТАРНЫЕ НАУКИ И ИСКУССТВО

<i>Исова Э.А., Амиргалиева Е.С.</i> Педагогическое видение Халела Досмухамедовича	3
<i>Кожанулы М.</i> Облик мировоззрения мир Мукагали	9
<i>Кожанулы М.</i> Поэзия не имеет границ... ..	17
<i>Мырзагалиева К.М., Артықбай И.Б.</i> Нравственные наклонности	26
<i>Сегизбаева К.К., Ильясова А.А.</i> Лексические средства создания образа героя в прозе А. Куприна	32
<i>Толегенова Р.К.</i> Семейный конфликт в повести Сауле Досжан «Когда женщина – заложница»	38

ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

<i>Алимбаев А.А., Юрк О.С.</i> Применение проблемно-ориентированного метода на примере автоморфизмов свободных алгебр	43
<i>Бейшов Р.С., Жүнісбеков Н.Е.</i> Анализ медицинского потенциала биологически активных соединений, выявленных в лекарственной ромашке (<i>matricaria recutita</i>), произрастающей в Костанайской области	48
<i>Брагина Т.М., Забашта М.А., Сатмухамбетова Г.А.</i> К видовому разнообразию кровососущих комаров (diptera: culicidae) Костанайской области	53
<i>Брагина Т.М., Попов А.В.</i> Сравнительный анализ уловов рыб в реке Убаган и реке Тобол в летний период 2024 года в пределах Тобол-Ишимского междуречья	59
<i>Султангазина Г.Ж., Артемчук А.В.</i> Дополнения к флоре Сарыкольского района Костанайской области	65
<i>Султангазина Г.Ж., Муратова А.М.</i> Анализ жизненных форм растений во флоре Карасуского района Костанайской области	70
<i>Султангазина Г.Ж., Муратова А.М.</i> Исследование флоры Карасуского района Костанайской области	76
<i>Султангазина Г.Ж., Оджахвердиева С.В.</i> Эколого-ценотический анализ урбанofлоры города Костанай и его окрестностей	83
<i>Тастанов М.Г., Жарлыгасова Э.З.</i> Среднее число шагов «блуждания по сферам» до попадания в ϵ —окрестность плоскости	88
<i>Тастанов М.Г., Нургельдина А.Е.</i> Схема методов Монте-Карло	94

ИНЖИНИРИНГ И ТЕХНОЛОГИИ

<i>Амантаев М.А., Золотухин Е.А., Славов В., Орлов П.С.</i> Создание высокоточных 3d-моделей методом контактного 3d-сканирования и перспективы использования полученных данных в технологии реверсивного инжиниринга	100
<i>Ерсултанова З.С., Жаңабай А.Қ., Ерсултанова З.С.</i> Создание и использование мобильных приложений в обучении информатике	107
<i>Ибрагимова С.В., Баннов И.Г.</i> Применение программных комплексов для моделирования режима работы печей сопротивления	115
<i>Колесников С.С.</i> Обучение цифровой грамотности через игру: особенности работы с младшими школьниками	120
<i>Кравченко Р.И., Амантаев, М.А., Останин В.А., Гафурбаев В.Г.</i> Использование закономерностей влияния условий на надежность системы питания автомобилей с дизельным двигателем	127
<i>Ребик А.А.</i> Изучение процесса разработки учебных мобильных приложений с помощью текстового и визуального программирования	135

Саидов А.М., Калитка Д.А., Балгужина Ж.Е., Раисова Ж.Х. Современные цифровые решения и их влияние на управление образовательным процессом 141

Саидов А.М., Калитка Д.А., Балгужина Ж.Е., Раисова Ж.Х. Цифровые технологии и университетская педагогика: новые возможности и вызовы 147

Тастанов М.Г., Туктубаева С.А. Проблемно-ориентированное обучение в цифровую эпоху: технологии, кейсы и перспективы..... 152

СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫЕ, ВЕТЕРИНАРНЫЕ НАУКИ

Бейшов Р.С., Каримова А.К. Генетический полиморфизм герефордского скота на основе микросателлитных днк-маркеров 159

СОЦИАЛЬНЫЕ НАУКИ

Дамбаулова Г.К., Мұхаметқали Р.З., Молдағалиева Н.Д. Ключевые показатели эффективности: принципы, применение и будущие тенденции 176

Медиева А.Р. Казахстан и мир: тенденции развития Олимпиадного движения и его будущее 182

Мұқатаева Ж.М., Кушурова А.А. Тревожность и ее связь с успеваемостью школьников 194

Тастанов М.Ф., Курманғалиева А.А. Использование scaffolding в clil для улучшения восприятия материала..... 199

Шагаева Д.С. Проблемы обеспечения законности и справедливости в сфере осуществления правосудия в Республике Казахстан 206

Шагаева Д.С. Правосознание и правовая культура судей 210

ИНФОРМАЦИЯ ДЛЯ АВТОРОВ..... 218

CONTENT

HUMANITIES AND ARTS

<i>Isova E.A., Amirgalieva E.S.</i> Pedagogical vision of khalel dosmukhamedovich	3
<i>Kozhanuly M.</i> The countenance of the world conception of Mukagali	9
<i>Kozhanuly M.</i> Poetry has no borders... ..	17
<i>Myrzagalieva K.M., Artykbay I.B.</i> Irises of morality	26
<i>Segizbayeva K.K., Ilyasova A.A.</i> Lexical means of creating an image of a hero in the prose of A. Kuprin	32
<i>Tolegenova R.K.</i> Family conflict in Saule Doszhan's novel «When a woman is a hostage»	38

NATURAL SCIENCES

<i>Alimbayev A.A., Yurk O.S.</i> Application of the problem-oriented method on the example of automorphisms of free algebras	43
<i>Beishov R.S., Zhunisbekov N.Y.</i> Analysis of the medical potential of bioactive compounds identified in chamomile (<i>matricaria recutita</i>) growing in the Kostanay region	48
<i>Bragina T. M., Zabashta M.V., Satmukhambetova G.A.</i> About the species diversity of blood-sucking mosquitoes (diptera: culicidae) of the Kostanay region	53
<i>Bragina T. M., Popov A.V.</i> Comparative analysis of fish catches in the Ubagan river and the Tobol river in the summer of 2024 within the Tobol-Ishim interriver area.....	59
<i>Sultangazina G.Zh., Artemchuk A.V.</i> Additions to the Sarykol district flora of the Kostanay region	65
<i>Sultangazina G.Zh., Muratova A.M.</i> Analysis of the life forms of the flora of the Karasu district of the Kostanay region	70
<i>Sultangazina G.Zh., Muratova A.M.</i> Study of the flora of the Karasu district of the Kostanay region	76
<i>Sultangazina G.Zh., Odzhakhverdiyeva S.V.</i> Ecological-coenotic analysis of the urban flora of Kostanay and its outskirts	83
<i>Tastanov M.G., Zharlygassova E.Z.</i> The average number of the "floating random walk" steps before entering the ε - neighborhood of the plane	88
<i>Tastanov M.G., Nurgeldina A.Y.</i> Monte-Carlo methods scheme.....	94

ENGINEERING AND TECHNOLOGY

<i>Amantayev M.A., Zolotukhin YE.A., Slavov V., Orlov P.S.</i> Creation of high-precision 3d models by contact method of 3d-scanning and prospects for using the obtained data in reverse engineering technology	100
<i>Yersultanova Z. S., Zhanabay A.K., Yersultanova Z. S.</i> Creation and use of mobile application in teaching computer science	107
<i>Ibragimova S.V., Bannov I.G.</i> Application of software complexes for modeling of resistance furnace operation mode.....	115
<i>Kolesnikov S.S.</i> Teaching digital literacy through games: features of working with primary school children	120
<i>Kravchenko R.I., Amantaev M.A., Ostanin V.A., Gafurbaev V.G.</i> Application of patterns of environmental conditions' influence on the reliability of the fuel system in diesel engine vehicles.....	127
<i>Rebik A.A.</i> Studying the process of developing educational mobile applications using text and visual programming	135
<i>Saidov A.M., Kalitka D.A., Balguzhinova Zh.E., Raisova Zh.Kh.</i> Modern digital solutions and their impact on educational process management.....	141

<i>Saidov A.M., Kalitka D.A., Balguzhinova Zh.E., Raisova Zh.Kh.</i> Digital technologies and university pedagogy: new opportunities and challenges.....	147
<i>Tastanov M.G., Tuktubayeva S.A.</i> Problem-based learning in the digital era: technologies, cases, and prospects	152
 AGRICULTURAL, VETERINARY SCIENCES	
<i>Beishov R.S., Karimova A.K.</i> Genetic polymorphism of hereford cattle based on microsatellite dna markers	159
 SOCIAL SCIENCES	
<i>Dambaulova G.K., Mukhametkali R.Z., Moldagaliyeva N.D.</i> Key performance indicators: principles, application and future trends	176
<i>Mediyeva A.R.</i> Trends and future of the Olympiad movement in kazakhstan and the world.....	182
<i>Mukatayeva Z.M., Kushurova A.A.</i> Anxiety and its relationship with academic performance in schoolchildren	194
<i>Tastanov M.G., Kurmangaliyeva, A.A.</i> Using scaffolding in clil to improve material comprehension	199
<i>Shagayeva D.S.</i> Problems of ensuring legality and justice in the sphere of administration of justice in the Republic of Kazakhstan.....	206
<i>Shagayeva D.S.</i> Judicial awareness and culture of judges	210
 INFORMATION FOR AUTHORS	221

Редактор, корректор: *А. Симонова*
Корректорлар: *Б. Сыздыкова, Т. Цай*
Компьютерлік беттеу: *С. Красикова, И. Милокумова*

Редактор, корректор: *А. Симонова*
Корректоры: *Б. Сыздыкова, Т. Цай*
Компьютерная верстка: *С. Красикова, И. Милокумова*

Басуға 09.04.2025 ж. берілді.
Пішімі 60x84/8. Көлемі 17,5 б.т.
Тапсырыс № 060

Подписано в печать 09.04.2025 г.
Формат 60x84/8. Объем 17,5 п.л.
Заказ № 060

Ахмете Байтұрсынұлы атындағы
Қостанай өңірлік университетіндегі
редакциялық-баспа бөлімінде басылған
Қостанай қ., Байтұрсынов к., 47

Отпечатано в редакционно-издательском отделе
Костанайского регионального университета
имени Ахмет Байтұрсынұлы
г. Костанай, ул. Байтұрсынова, 47