



BAITURSYNULY  
UNIVERSITY

«АХМЕТ БАЙТҰРСЫНҰЛЫ  
АТЫНДАҒЫ ҚОСТАНАЙ ӨңІРЛІК  
УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ



# ҚМПИ ЖАРШЫСЫ

КӨПСАЛАЛЫ  
ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛЫ  
МНОГОПРОФИЛЬНЫЙ  
НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

№ 2  
2025

ISSN 2310-3353



2025 ж., сәуір, №2 (78)  
Журнал 2005 ж. қаңтардан бастап шығады  
Жылына төрт рет шығады

**Құрылтайшы:** *Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті*

**Бас редактор:** *Куанышбаев С.Б.*, география ғылымдарының докторы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы ҚӨУ, Қазақстан.

**Бас редактордың орынбасары:** *Жарлыгасов Ж.Б.*, ауыл шаруашылығы ғылымдарының кандидаты, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы ҚӨУ, Қазақстан.

#### РЕДАКЦИЯ АЛҚАСЫ

*Әлімбаев А.Е.*, философия докторы (PhD), А.Қ. Құсайынов атындағы Еуразия гуманитарлық институты, Қазақстан.

*Балтабаева А.С.*, Қостанай облысы әкімдігі білім басқармасының «Әдістемелік орталығы» КММ, Қостанай қ., Қазақстан.

*Березнова Е.В.*, педагогика ғылымдарының докторы, профессор Ресей Федерациясы Сыртқы істер министрлігінің Мәскеу мемлекеттік Халықаралық қатынастар институты (университеті), Ресей.

*Емин Атасой*, PhD докторы, Улудаг университеті, Бурса қ., Түркия.

*Зоя Микниене*, докторы, (PhD) Литва денсаулық туралы ғылым университеті, Каунас қ., Литва Республикасы.

*Качеев Д.А.*, философия ғылымдарының кандидаты, тарих магистрі, «Челябі мемлекеттік университеті» ЖББ ФМББМ Қостанай филиалы, Қазақстан.

*Ксембаева С.К.*, педагогика ғылымдарының кандидаты, «Торайғыров университеті» КЕАҚ, Қазақстан.

*Лина Анастасова*, әлеуметтану ғылымдарының докторы, Бургас еркін университеті, Бургас қ., Болгария.

*Медетов Н.А.*, физика-математика ғылымдарының докторы, «Ш. Уалиханов атындағы Көкшетау университеті» КЕАҚ, Қазақстан.

*Мишулина О.В.*, экономика ғылымдарының докторы, «Челябі мемлекеттік университеті» ЖББ ФМББМ Қостанай филиалы, Қазақстан.

*Рахимова Э.Е.*, «№ 1 мектеп-лицей» КММ мұғалімі, «Үздік педагог-2023 жыл», Қостанай қ., Қазақстан.

*Соловьев С.А.*, биология ғылымдарының докторы, Новосібір мемлекеттік экономика және басқару университеті, Ресей.

*Скороходов Д.М.*, техника ғылымдарының кандидаты, «Ресей мемлекеттік аграрлық университеті – К.А. Тимирязев атындағы Мәскеу ауыл шаруашылық академиясы» ЖББ ФМББМ, Ресей.

*Скударева Г.Н.*, педагогика ғылымдарының докторы, профессор, Мемлекеттік гуманитарлық-технологиялық университетінің ректоры, Орехово-Зуево қ., Ресей

*Сычева И.Н.*, ауыл шаруашылығы ғылымдарының кандидаты, «Ресей мемлекеттік аграрлық университеті – К.А. Тимирязев атындағы Мәскеу ауыл шаруашылық академиясы» ЖББ ФМББМ, Ресей.

*Ташев А.Н.*, экология бойынша биология ғылымдарының кандидаты, орман шаруашылығы университеті, София қ., Болгария.

*Уразбоев Г.У.*, физика-математика ғылымдарының докторы, Ургенч мемлекеттік университеті, Өзбекстан.

Тіркеу туралы куәлік №5452-Ж

Қазақстан Республикасының ақпарат министрлігімен 17.09.2004 берілген.

Мерзімді баспа басылымын қайта есепке алу 07.11.2023 ж.

Жазылу бойынша индексі 74081

**Редакцияның мекен-жайы:**  
110000, Қостанай қ., Байтұрсынов к., 47  
(Редакциялық-баспа бөлімі)  
Тел.: 8(7142) 51-11-76

© Ахмет Байтұрсынұлы атындағы  
Қостанай өңірлік университеті

№2 (78), апрель 2025 г.  
Издается с января 2005 года  
Выходит 4 раза в год

Учредитель: *Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы*

**Главный редактор:** *Куанышбаев С.Б.*, доктор географических наук, КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы, Казахстан.

**Заместитель главного редактора:** *Жарлыгасов Ж.Б.*, кандидат сельскохозяйственных наук, КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы, Казахстан.

#### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

*Алимбаев А.Е.*, доктор философии (PhD), Евразийский гуманитарный институт имени А.К.Кусаинова, Казахстан.

*Балтабаева А.С.*, директор КГУ «Методический центр» Управления образования Костанайской области, г. Костанай, Казахстан.

*Бережнова Е.В.*, доктор педагогических наук, профессор, Московский государственный институт международных отношений (университет) Министерства иностранных дел Российской Федерации, Россия.

*Емин Атасой*, доктор PhD, Университет Улудаг, г. Бурса, Турция.

*Зоя Микниене*, доктор (PhD), Литовский университет наук здоровья, г. Каунас, Республика Литва.

*Качеев Д.А.*, кандидат философских наук, магистр истории, Костанайский филиал ФГБОУ ВО «ЧелГУ», Казахстан.

*Ксембаева С.К.*, кандидат педагогических наук, НАО «Торайгыров университет», Казахстан.

*Лина Анастасова*, доктор социологии, Бургасский свободный университет, г. Бургас, Болгария.

*Медетов Н.А.*, доктор физико-математических наук, НАО «Кокшетауский университет им. Ш.Уалиханова», Казахстан.

*Мишулина О.В.*, доктор экономических наук, Костанайский филиал ФГБОУ ВО «ЧелГУ», Казахстан.

*Рахимова Э.Е.*, учитель, КГУ «Школа-лицей № 1», «Лучший педагог-2023 года», г. Костанай, Казахстан.

*Соловьев С.А.*, доктор биологических наук, Новосибирский государственный университет экономики и управления, Россия.

*Скороходов Д.М.*, кандидат технических наук, ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева, Россия.

*Скударева Г.Н.*, доктор педагогических наук, профессор, ректор Государственного гуманитарно-технологического университета, г. Орехово-Зуево, Россия.

*Сычева И.Н.*, кандидат сельскохозяйственных наук, ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева, Россия.

*Ташев А.Н.*, кандидат биологических наук по экологии, Лесотехнический университет, г. София, Болгария.

*Уразбоев Г.У.*, доктор физико-математических наук, Ургенчский государственный университет, Узбекистан.

Свидетельство о регистрации № 5452-Ж  
выдано Министерством информации Республики Казахстан 17.09.2004 г.  
Переучёт периодического печатного издания 07.11.2023 г.  
Подписной индекс 74081

#### Адрес редакции:

110000, г. Костанай, ул. Байтұрсынұлы, 47  
(Редакционно-издательский отдел)  
Тел.: 8(7142) 51-11-76

© Костанайский региональный университет  
имени Ахмет Байтұрсынұлы

**ЖАРАТЫЛЫСТАНУ ҒЫЛЫМДАРЫ**  
**ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ**

УДК 378

*Алимбаев, А.А.,  
PhD, и.о. ассоциированного профессора,  
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,  
г. Костанай, Республика Казахстан*  
*Юрк, О.С., магистрант,  
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,  
г. Костанай, Республика Казахстан*

**ПРИМЕНЕНИЕ ПРОБЛЕМНО-ОРИЕНТИРОВАННОГО МЕТОДА  
НА ПРИМЕРЕ АВТОМОРФИЗМОВ СВОБОДНЫХ АЛГЕБР**

*Аннотация*

*В данной статье представлены структуры автоморфизмов свободных ассоциативных алгебр, которые играют важную роль в изучении алгебраических структур. Основной акцент сделан на классификацию автоморфизмов: трансвекция, линейные, аффинные и треугольные преобразования, а также их композиции. Изучение автоморфизмов свободных алгебр над полем, порожденным множеством переменных, может быть эффективно использовано в курсе, основанном на проблемно-ориентированном обучении. Проблемно-ориентированный метод поможет самостоятельно найти решение для задач, связанных с автоморфизмами, а также анализировать, сравнивать, делать выводы и обосновывать решение.*

*Ключевые слова:* проблемно-ориентированный метод, проблема, автоморфизмы, свободная алгебра, гомоморфизм.

**1 Введение**

Рассмотрим структуры группы автоморфизмов свободной алгебры. Пока что единственные удовлетворительные результаты были найдены в ранге 2; таким образом, мы будем изучать автоморфизмы  $k(x, y)$ . Случай ранга 1, конечно, хорошо известен (и довольно тривиален): единственными автоморфизмами  $k[x]$  являются аффинные преобразования  $x \rightarrow ax + b$ , где  $a, b \in k, a \neq 0$ . [1]

**2 Материалы и методы**

В более общем смысле мы рассматриваем алгебру  $R = k\langle X \rangle$ , где  $k$  – поле, а  $X$  – любое конечное множество, и определяем некоторые типы автоморфизмов, которые часто встречаются.

1. Отображение

$$\tau_a: x \rightarrow x + a_x, \text{ где } x \in X, a_x \in k, \quad (1)$$

определяет автоморфизм  $R$ , называемый трансвекцией. Группа трансвекций будет обозначаться  $T$ .

2. Любой автоморфизм  $k$  –пространства  $kX$  с базисом  $X$  однозначно определяет автоморфизм  $R$ :

$$\alpha: x \rightarrow \sum \alpha_{xy} y, \text{ где } \alpha_{xy} \in k, (\alpha_{xy}) \text{ обратим.} \quad (2)$$

Это просто автоморфизмы, оставляющие  $kX$  инвариантным, и называются линейными.

3. Автоморфизм, оставляющий  $k + kX$  инвариантным (и оставляющий  $k$  неподвижным), называется аффинным; такой автоморфизм имеет вид

$$x \rightarrow \sum \alpha_{xy} y + \beta_x, \text{ где } \alpha_{xy}, \beta_x \in k, (\alpha_{xy}) \text{ обратим.} \quad (3)$$

Группа всех аффинных автоморфизмов  $R$  будет обозначаться через  $A$ .

4. Пусть  $x_0$  – указанный элемент  $X$  и запишем  $X_0 = X/(x_0)$ . Для любого  $f \in k\langle X_0 \rangle$  существует автоморфизм  $R$ , переводящий  $x_0$  в  $x_0 + f$  и фиксирующий  $X_0$ ; он называется сдвигом на основе  $x_0$ . В более общем смысле, автоморфизм  $R$ , оставляющий  $k\langle X_0 \rangle$  неподвижным, называется треугольным автоморфизмом; в таком автоморфизме  $x_0 \rightarrow \lambda x_0 + f$ , где  $\lambda \in k^\times, f \in k\langle X_0 \rangle$ . Группа этих автоморфизмов будет обозначаться как  $\Delta$ .

Заметим, что все эти типы могут быть одинаково хорошо определены для кольца многочленов  $k[X]$ ; здесь треугольные автоморфизмы известны как автоморфизмы де Жонкьера.

Пусть

$$\alpha : x \rightarrow f_x \quad (x \in X) \tag{4}$$

будет любым эндоморфизмом  $R$  (т. е.  $k$ –линейным кольцевым эндоморфизмом). Если  $f_x(0) = 0$  для всех  $x \in X$ , то  $\alpha$  называется центрированным или сохраняющим аугментацию; на самом деле он сохраняет идеал аугментации  $XR$ . Если  $\alpha$  задано формулой (4), а  $\tau_a$  – это трансляция, определенная формулой (1), то

$$\tau_a \alpha : x \rightarrow f_x + a_x,$$

и для подходящего выбора  $a \in k^X$ , а именно  $a_x = -f_x(0)$ , мы можем гарантировать, что  $\tau_a \alpha$  центрирован. Это замечание иногда используется для осуществления редукции к центрированным автоморфизмам, как в доказательстве нашего первого результата.

### 3-4 Результаты и обсуждение

#### Предложение.

Любой сюръективный эндоморфизм  $k\langle X \rangle$ , где  $X$  конечно, является автоморфизмом.

*Доказательство.* Пусть  $\phi$  – сюръективный эндоморфизм; составляя его со сдвигом, мы можем считать его центрированным. Предположим, что  $\phi$  не является инъективным, и пусть  $0 \neq w \in \ker \phi$ . Положим  $d = d(w)$  и обозначим через  $n$  множество всех элементов  $R = k\langle X \rangle$  порядка, большего  $d$ . Очевидно,  $n$  – идеал и  $n\phi \subseteq n$ , поскольку  $\phi$  центрирован. Следовательно,  $\phi$  индуцирует эндоморфизм  $\phi_1 : R/n \rightarrow R/n$ , который, как и  $\phi$ , является сюръективным. Так как  $X$  конечно,  $R/n$  конечномерно над  $k$ , и поэтому  $\phi_1$  является автоморфизмом, но  $w\phi_1 = w\phi = 0$ , противоречие; следовательно,  $\phi$  инъективно, и поэтому является автоморфизмом.

Соответствующий результат справедлив для  $k[X]$ . Заметим, что поскольку абелианизация является функтором, естественное отображение

$$\text{Aut } k\langle X \rangle \rightarrow \text{Aut } k[X]$$

является гомоморфизмом. Фактически можно показать, что для  $|X| \leq 2$  это является изоморфизмом.

Следующее *определение* является базовым для большей части того, что следует далее. Автоморфизм  $k\langle X \rangle$  или  $k[X]$  называется ручным, если он может быть получен путем композиции аффинных автоморфизмов и сдвигов; все остальные автоморфизмы называются дикими. Ниже приведены некоторые примеры автоморфизмов, о которых неизвестно, являются ли они ручными. Автоморфизм  $x \rightarrow f_x$  также будет записан как  $\{f_x\}$ .

1. (D. J. Anick) Пусть  $X = \{x, y, z\}$ ; для любого  $p \in k\langle X \rangle$  эндоморфизм  $\{x + yp, y, z + py\}$  фиксирует  $xu - yz$ . Поэтому для  $p = xu - yz$  получим автоморфизм с обратным  $\{x - yp, y, z - py\}$ .

2. Автоморфизм 1. имеет ручной образ в  $k[X]$ , но следующий пример (из-за Нагаты) не известен как ручной. Пусть  $X = \{x, y, z\}$ ; для любого  $p \in k[X]$  эндоморфизм  $\{x + zp, y + 2xp + zp^2, z\}$  фиксирует  $x^2 - yz$ , поэтому для  $p = x^2 - yz$  мы получаем автоморфизм с обратным  $\{x - zp, y - 2xp + zp^2, z\}$ .

3. (М. Нагата, Д. Дж. Аник)  $X = \{w, x, y, z\}, R = k\langle X \rangle$  или  $k[X]$ . Для любого  $p \in R$  эндоморфизм  $\{w, x + pz, y + wp, z\}$  фиксирует  $wx - yz$ , поэтому он является

автоморфизмом для  $p = wx - yz$ . Если мы заменим  $k$  на  $k[w, z]$ , то та же формула даст дикие автоморфизмы  $k[w, z]\langle x, y \rangle$  и  $k[w, x, y, z]$ .

Наша главная цель — показать, что каждый автоморфизм  $k\langle x, y \rangle$  является ручным; мы сделаем это, представив группу автоморфизмов  $k\langle x, y \rangle$  как свободное произведение  $A$  и  $\Delta$ , объединив их пересечение. В качестве подготовки мы напомним определение свободного произведения с объединением. Пусть  $G_1$  и  $G_2$  — две группы с подгруппами  $F_i$  из  $G_i$  ( $i = 1, 2$ ), которые изоморфны, скажем,  $F$  — группа с изоморфизмами  $\varphi_i: F \rightarrow F_i$ . Группа, порожденная элементами  $G_1$  и  $G_2$  со всеми определяющими соотношениями в  $G_1$  и  $G_2$ , а также соотношениями  $x\varphi_1 = x\varphi_2$  ( $x \in F$ ), называется свободным произведением  $G_1$  и  $G_2$ , объединяющим  $F_1$  с  $F_2$ , и обозначается как  $G_{1*F}G_2$ . Заметим, что  $F$  может быть равно 1; это просто называется свободным произведением. С другой стороны, если  $F_1 = G_1$ , то свободное произведение сводится к  $G_2$ ; этот случай (и случай  $F_2 = G_2$ ) обычно исключается. Для простоты мы будем отождествлять  $F$  с подгруппами  $F_1$  и  $F_2$ . Тогда элементы свободного произведения можно выразить в виде

$$au_1 \dots u_n, \quad (5)$$

где  $a \in F$ , а  $u_i$  попеременно из  $G_1 \setminus F$  и  $G_2 \setminus F$

Обозначим  $P$  для этого свободного произведения; его структуру можно описать следующим образом, используя буквы  $E$  и  $E^*$ . Для каждого элемента (5) мы образуем множество  $XY$ , где  $X = E$ , если  $u_1 \in G_1$ , и  $X = E^*$ , если  $u_1 \in G_2$ , и аналогично  $Y = E$ , если  $u_n \in G_1$ , и  $Y = E^*$ , если  $u_n \in G_2$ . Таким образом, мы имеем разбиение  $P$  на пять множеств:  $EE, EE^*, E^*E, E^*E^*$ , а также  $F$  (в случае отсутствия  $u_i$ ). Следующие свойства легко проверяются, где  $X, Y, \dots$  обозначают  $E$  или  $E^*$ , а  $X^{**} = X, \dots$

В.1  $F$  является подгруппой  $P$ ,

В.2 Если  $f \in F, g \in XY$ , то  $fg \in XY$ ,

В.3 Если  $g \in XY$ , то  $g^{-1} \in YX$ ,

В.4 Если  $g \in XY, h \in Y * Z$ , то  $hg \in XZ$ ,

В.5 Для каждого  $g \in P$  существует целое число  $N(g)$  такое, что для любого представления

$$g = g_1 \dots g_n (g_i \in X * X) \text{ мы имеем } n \leq N(g),$$

В.6  $EE^* \neq \emptyset$ .

Для любой группы  $G$  разбиение  $G$  на пять непересекающихся множеств  $F, EE, EE^*, E^*E, E^*E^*$ , удовлетворяющее В.1–В.6, называется биполярной структурой, а  $F$  — ее ядром. Таким образом, любое свободное произведение имеет биполярную структуру; наоборот, группа с биполярной структурой является либо свободным произведением с объединением, либо  $HNN$  — расширением.

**Основной результат. Рассмотрим задачу:**

Пусть  $X$  — множество,  $x_0 \in X$  и  $X_0 = X \setminus \{x_0\}$ . Покажите, что любой автоморфизм  $k\langle X \rangle$ , фиксирующий  $k\langle X_0 \rangle$  (или даже просто оставляющий его инвариантным), отображает  $x_0$  в  $\lambda x_0 + f$ , где  $\lambda \in k^\times, f \in k\langle X_0 \rangle$ .

**1. Постановки проблемы.** Эта задача представляет собой математическую проблему, решение которой необходимо обосновать. Задача направлена на понимание структуры автоморфизмов свободной алгебры  $k\langle X \rangle$ .

**2. Постановка вопросов.** Для лучшего понимания задачи сначала поставим несколько проясняющих вопросов.

*Что такое автоморфизм?*

Автоморфизмом называется изоморфизм кольца  $R$  на себя. [2]

*Что такое свободная алгебра?*

Свободная алгебра — алгебра, построенная из множества букв, где действует только единственные правила — это правила алгебры, а дополнительных соотношений между переменными отсутствуют.

Пусть  $k$  – поле, а  $X$  – произвольное множество. Тогда свободная алгебра над полем  $k$  с множеством образующих  $X$  обозначается как:  $k\langle X \rangle$ .

$$k\langle X \rangle = \{ \sum_{i=1}^n a_i w_i \mid a_i \in k, w_i \in X^*, n \in N \},$$

где  $X^* = X \cup \{ (, ) \}$ . [3]

Количество вопросов может меняться в зависимости от глубины знаний, полученных в процессе обучения.

**3. Поиск решения.** Рассмотрим один из вариантов решения задачи.

Пусть  $\varphi \in \text{Aut}(k\langle X \rangle)$ , такой что  $\varphi(k\langle X_0 \rangle) \subseteq k\langle X_0 \rangle$ .

Предположим,  $g = \sum_{i=1}^n a_i w_i \in k\langle X_0 \rangle$ , тогда  $\varphi(g) \in k\langle X_0 \rangle$ .

Обозначим:

$$g = f + h,$$

где  $f \in k\langle X_0 \rangle$ , а  $h$  содержит только те мономы, которые содержат хотя бы один раз  $x_0$ .

Допустим, что в  $h$  есть мономы более сложные, чем просто  $x_0$ .

Предположим, что

$$\varphi(x_0) = f + h,$$

где  $h$  – линейная комбинация мономов, содержащих  $x_0$ .

Мы знаем, что  $\varphi$  – автоморфизм, значит, он обратим, и обратное отображение тоже должно быть гомоморфизмом алгебры.

Тогда  $x_0$  входит в образ несколько раз, и выразить  $x_0$  через  $g = \varphi(x_0)$  уже невозможно в общем случае. Таким образом автоморфизм может не иметь обратного, что противоречит предположению.

Напомним, что, автоморфизм  $\alpha$  называется треугольным свободных порождающих  $\{y_i\}$  кольца  $L_\Phi$ , если  $Y = Y^{(0)} \cup Y^{(1)}, Y^{(0)} \cap Y^{(1)} = \emptyset$ , [4]

$$\alpha: \begin{cases} y_i \rightarrow \theta y_i + f_i(y_j), & y_i \in Y^{(0)}, & y_j \in Y^{(1)}, \theta \text{ обратим в } \Phi, \\ & & y_j \rightarrow y_j. \end{cases}$$

Рассмотрим эту задачу на конкретном примере:

Пусть  $k$  – поле,  $X$  – множество, такое что  $X = \{x_0, x_1\}$ .

Предположим, отображение  $\varphi$ , такое что:

$$\begin{aligned} \varphi(x_1) &= x_1, \\ \varphi(x_0) &= 2x_0 + x_1x_1. \end{aligned}$$

1. Проверим что,  $\varphi$  гомоморфизм:

$$\varphi(x_0 + x_1) = \varphi(x_0) + \varphi(x_1) = 2x_0 + x_1x_1 + x_1.$$

$$\varphi(x_0x_1) = \varphi(x_0)\varphi(x_1) = (2x_0 + x_1x_1)(x_1) = 2x_0x_1 + x_1x_1x_1.$$

2. Проверим обратимость:

$$\begin{aligned} \varphi^{-1}(x_1) &= x_1, \\ \varphi^{-1}(x_0) &= \frac{1}{2}(x_0 - x_1x_1). \end{aligned}$$

Тогда:

$$\varphi^{-1}(\varphi(x_0)) = \varphi^{-1}(2x_0 + x_1x_1) = 2 \cdot \frac{1}{2}(x_0 - x_1x_1) + x_1x_1 = x_0 - x_1x_1 + x_1x_1 = x_0.$$

Таким образом  $\varphi$  является автоморфизмом алгебры  $k\langle X \rangle$ .

### 5 Выводы

Проблемно-ориентированное обучение является эффективным методом при решении задач связанных с автоморфизмами свободных алгебр. Проблемно-ориентированный метод – это способ решения задач, основанный не на формальной обработке алгоритмов решения, а на понимание сути проблемы, контекста задачи и поиске подходящего решения. Данным методом направлен на усвоение глубокого понимания задачи, а не слепого применения определений. Помогает адаптироваться к новым, нестандартным условиям.

## Список литературы

- 1 Free Ideal Rings and Localization in General Rings. P. M. Cohn. – 2006.
- 2 Ламбек И. Кольца и модули. М.: Мир, 1971. – 275 с.
- 3 Кольца, близкие к ассоциативным / Ширшов А.И., Жевлаков К.А., Слинко А.М., Шестаков И.П. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1978.
- 4 Кряжовских Г.В., Кукин Г. П. О подкольцах свободных колец // Сиб. матем. журн., 1989. – Том 30. – № 6. – С. 87–97.

**АЛИМБАЕВ, А.А., ЮРК, О.С.**

**ЕРКІН АЛГЕБРАЛАРДЫҢ АВТОМОРФИЗМІ МЫСАЛЫНДА ПРОБЛЕМАЛЫҚ-БАҒДАРЛАУ ӘДІСІН ҚОЛДАНУ**

*Бұл жұмыста алгебралық құрылымдарды зерттеуде маңызды рөл атқаратын еркін ассоциативті алгебралардың автоморфизм құрылымдары берілген. Автоморфизмдердің жіктелуіне басты назар аударылады: трансвекциялық, сызықтық, аффиндік және үшбұрышты түрлендірулер, сонымен қатар олардың композициялары. Айнымалылар жиыны арқылы құрылған өрістегі еркін алгебралардың автоморфизмдерін зерттеу проблемалық оқытуға негізделген курста тиімді пайдаланылуы мүмкін. Проблемалық-бағдарлау әдісі автоморфизмдерге қатысты есептердің шешімін өз бетінше табуға, сонымен қатар талдауға, салыстыруға, қорытынды жасауға және шешімді негіздеуге көмектеседі.*

***Түйінді сөздер:** проблемалық-бағдарлау әдісі, мәселе, автоморфизмдер, еркін алгебра, гомоморфизм.*

**ALIMBAYEV, A.A., YURK, O.S.**

**APPLICATION OF THE PROBLEM-ORIENTED METHOD ON THE EXAMPLE OF AUTOMORPHISMS OF FREE ALGEBRAS**

*This article presents the automorphism structures of free associative algebras, which play an important role in the study of algebraic structures. The main emphasis is on the classification of automorphisms: transvection, linear, affine and triangular transformations, as well as their compositions. The study of automorphisms of free algebras over a field generated by a set of variables can be effectively used in a course based on problem-oriented learning. The problem-oriented method will help to independently find a solution to problems related to automorphisms, as well as analyze, compare, draw conclusions and justify the solution.*

***Key words:** problem-oriented method, problem, automorphisms, free algebra, homomorphism.*

**Сведения об авторах:**

*Алимбаев Алибек Алпысбаевич – PhD, и.о. ассоциированного профессора, кафедра физики математики и цифровых технологий, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

*Юрк Ольга Сергеевна – магистрант Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

*Алимбаев Алибек Алпысбаевич – PhD, қауымдастырылған профессордың м.а., Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

*Юрк Ольга Сергеевна – магистрант, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

*Alimbayev Alibek Alpysbayevich – PhD, acting Associate Professor, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

*Yurk Olga Sergeyevna – Master's student, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

## МАЗМҰНЫ

### **ГУМАНИТАРЛЫҚ ЖӘНЕ ӨНЕР ҒЫЛЫМДАРЫ**

<i>Исова Э.А., Амиргалиева Е.С.</i> Халел Досмұхамедұлының педагогикалық көзқарасы .....	3
<i>Қожанұлы М.</i> Қазағы бар да, Мұқағали әлемі биіктей береді .....	9
<i>Қожанұлы М.</i> Поэзияда шекара жоқ .....	17
<i>Мырзағалиева К.М., Артықбай И.Б.</i> Иmandылық ирімдері.....	26
<i>Сегизбаева К.К., Ильясова А.А.</i> Кейіпкер бейнесін жасаудың лексикалық құралдары прозада А. Куприна.....	32
<i>Толегенова Р.К.</i> Сауле Досжанның «Әйел – тұтқын болғанда» повесіндегі отбасылық қақтығыс .....	38

### **ЖАРАТЫЛЫСТАНУ ҒЫЛЫМДАРЫ**

<i>Алимбаев А.А., Юрк О.С.</i> Еркін алгебралардың автоморфизмі мысалында мәселелік бағдарлық әдісті .....	43
<i>Бейшов Р.С., Жүнісбеков Н.Е.</i> Қостанай облысындағы медициналық түймедақ ( <i>matricaria recutita</i> ) өсімдігінен анықталған биологиялық белсенді қосылыстардың медициналық қолдану әлеуетін талдау .....	48
<i>Брагина Т.М., Забашта М.А., Сатмухамбетова Г.А.</i> Қостанай облысында қан соратын масалардың түрлеріне ( <i>diptera: culicidae</i> ) .....	53
<i>Брагина Т.М., Попов А.В.</i> 2024 жылдың жазында Убаған өзені және Тобол өзеніндегі балық аулауын салыстырмалы талдау Тобол-Ешім араласу .....	59
<i>Сұлтанғазина Г.Ж., Артемчук А.В.</i> Қостанай облысы Сарыкөл ауданының флорасына толықтырулар .....	65
<i>Сұлтанғазина Г.Ж., Муратова А.М.</i> Қостанай облысы Қарасу ауданы флорасының тіршілік формаларын талдау.....	70
<i>Сұлтанғазина Г.Ж., Муратова А.М.</i> Қостанай облысы Қарасу ауданының флорасын зерттеу .....	76
<i>Сұлтанғазина Г.Ж., Оджахвердиева С.В.</i> Қостанай қаласы және оның төңірлерінің урбанофлорасына экологиялық-ценоздық талдау .....	83
<i>Тастанов М.Г., Жарлыгасова Э.З.</i> Жазықтықтың $\epsilon$ –айналасына түскенге дейін «сфералармен адасу» қадамдарының орташа саны .....	88
<i>Тастанов М.Г., Нургельдина А.Е.</i> Монте-Карло әдістерінің схемасы.....	94

### **ИНЖИНИРИНГ ЖӘНЕ ТЕХНОЛОГИЯ**

<i>Амантаев М.А., Золотухин Е.А., Славов В., Орлов П.С.</i> Контактілі 3d сканалеу әдісімен жоғары дәлдікті 3d-модельдерді жасау және алынған деректерді кері инжиниринг технологиясында пайдалану перективалары.....	100
<i>Ерсултанова З.С., Жаңабай А.Қ., Ерсултанова З.С.</i> Информатика пәнін оқытуда мобильдік қосымшаны жасау және қолдану .....	107
<i>Ибрагимова С.В., Баннов И.Г.</i> Қарсылысты пештердің жұмыс режимін симуляциялау үшін бағдарламалық құрамдық кешендерді қолдану.....	115
<i>Колесников С.С.</i> Әтінді және көрініс бағдарламаларды пайдаланатын оқу беру үшін мобильді қосымшаларды әзірлеу үрдісін зерттеу.....	121
<i>Кравченко Р.И., Амантаев, М.А., Останин В.А., Гафурбаев В.Г.</i> Автокөліктердің дизельді қозғалтқышына арналған қуат жүйесінің сенімділігіне жағдайлардың ықпалының заңдылықтарын пайдалану .....	127
<i>Ребик А.А.</i> Мәтінді және көрініс бағдарламаларды пайдаланатын білім беру үшін мобильді қосымшаларды әзірлеу процесін зерттеу.....	135

*Саидов А.М., Калитка Д.А., Балгужинова Ж.Е., Раисова Ж.Х.* Қазіргі цифрлық шешімдер және олардың білім беру процесін басқаруға әсері ..... 141

*Саидов А.М., Калитка Д.А., Балгужинова Ж.Е., Раисова Ж.Х.* Сандық технологиялар және университет педагогикасы: жаңа мүмкіндіктер мен қиындықтар..... 147

*Тастанов М.Ғ., Туктубаева С.А.* Сандық дәуірдегі проблемаға бағытталған оқыту: технологиялар, кейстер мен перспективалар ..... 152

**АУЫЛ ШАРУАШЫЛЫҒЫ ЖӘНЕ ВЕТЕРИНАРИЯ ҒЫЛЫМДАРЫ**

*Бейшов Р.С., Каримова А.К.* Микросателитті днк-маркерлердің негізіндегі герефорд тұқымды ірі қара малдың генетикалық полиморфизмі..... 159

**ӘЛЕУМЕТТІК ҒЫЛЫМДАР**

*Дамбаулова Г.К., Мұхаметқали Р.З., Молдағалиева Н.Д.* Тиімділіктің негізгі көрсеткіштері: принциптер, қолдану және болашақ тенденциялар..... 176

*Медиева А.Р.* Қазақстан және әлемдегі Олимпиадалық қозғалыстың даму тенденциялары мен болашағы ..... 182

*Мұқатаева Ж.М., Кушурова А.А.* Мазасыздық және оның оқушылардың үлгерімімен байланыс ..... 194

*Тастанов М.Ғ., Қурманғалиева А.А.* Материалды қабылдауды жақсарту үшін clil-де scaffolding қолдану..... 199

*Шагаева Д.С.* Қазақстан Республикасында сот төрелігін жүзеге асыру саласындағы заңдылық пен әділдікті қамтамасыз ету мәселері ..... 206

*Шагаева Д.С.* Судьялардың құқықтық санасы және құқықтық мәдениеті ..... 210

**АВТОРЛАРДЫҢ НАЗАРЫНА** ..... 215

**СОДЕРЖАНИЕ****ГУМАНИТАРНЫЕ НАУКИ И ИСКУССТВО**

<i>Исова Э.А., Амиргалиева Е.С.</i> Педагогическое видение Халела Досмухамедовича .....	3
<i>Кожанулы М.</i> Облик мировоззрения мир Мукагали .....	9
<i>Кожанулы М.</i> Поэзия не имеет границ... ..	17
<i>Мырзагалиева К.М., Артықбай И.Б.</i> Нравственные наклонности .....	26
<i>Сегизбаева К.К., Ильясова А.А.</i> Лексические средства создания образа героя в прозе А. Куприна .....	32
<i>Толегенова Р.К.</i> Семейный конфликт в повести Сауле Досжан «Когда женщина – заложница» .....	38

**ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ**

<i>Алимбаев А.А., Юрк О.С.</i> Применение проблемно-ориентированного метода на примере автоморфизмов свободных алгебр .....	43
<i>Бейшов Р.С., Жүнісбеков Н.Е.</i> Анализ медицинского потенциала биологически активных соединений, выявленных в лекарственной ромашке ( <i>matricaria recutita</i> ), произрастающей в Костанайской области .....	48
<i>Брагина Т.М., Забашта М.А., Сатмухамбетова Г.А.</i> К видовому разнообразию кровососущих комаров (diptera: culicidae) Костанайской области .....	53
<i>Брагина Т.М., Попов А.В.</i> Сравнительный анализ уловов рыб в реке Убаган и реке Тобол в летний период 2024 года в пределах Тобол-Ишимского междуречья .....	59
<i>Султангазина Г.Ж., Артемчук А.В.</i> Дополнения к флоре Сарыкольского района Костанайской области .....	65
<i>Султангазина Г.Ж., Муратова А.М.</i> Анализ жизненных форм растений во флоре Карасуского района Костанайской области .....	70
<i>Султангазина Г.Ж., Муратова А.М.</i> Исследование флоры Карасуского района Костанайской области .....	76
<i>Султангазина Г.Ж., Оджахвердиева С.В.</i> Эколого-ценотический анализ урбанofлоры города Костанай и его окрестностей .....	83
<i>Тастанов М.Г., Жарлыгасова Э.З.</i> Среднее число шагов «блуждания по сферам» до попадания в $\epsilon$ —окрестность плоскости .....	88
<i>Тастанов М.Г., Нургельдина А.Е.</i> Схема методов Монте-Карло .....	94

**ИНЖИНИРИНГ И ТЕХНОЛОГИИ**

<i>Амантаев М.А., Золотухин Е.А., Славов В., Орлов П.С.</i> Создание высокоточных 3d-моделей методом контактного 3d-сканирования и перспективы использования полученных данных в технологии реверсивного инжиниринга .....	100
<i>Ерсултанова З.С., Жаңабай А.Қ., Ерсултанова З.С.</i> Создание и использование мобильных приложений в обучении информатике .....	107
<i>Ибрагимова С.В., Баннов И.Г.</i> Применение программных комплексов для моделирования режима работы печей сопротивления .....	115
<i>Колесников С.С.</i> Обучение цифровой грамотности через игру: особенности работы с младшими школьниками .....	120
<i>Кравченко Р.И., Амантаев, М.А., Останин В.А., Гафурбаев В.Г.</i> Использование закономерностей влияния условий на надежность системы питания автомобилей с дизельным двигателем .....	127
<i>Ребик А.А.</i> Изучение процесса разработки учебных мобильных приложений с помощью текстового и визуального программирования .....	135

*Саидов А.М., Калитка Д.А., Балгужина Ж.Е., Раисова Ж.Х.* Современные цифровые решения и их влияние на управление образовательным процессом ..... 141

*Саидов А.М., Калитка Д.А., Балгужина Ж.Е., Раисова Ж.Х.* Цифровые технологии и университетская педагогика: новые возможности и вызовы ..... 147

*Тастанов М.Г., Туктубаева С.А.* Проблемно-ориентированное обучение в цифровую эпоху: технологии, кейсы и перспективы..... 152

**СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫЕ, ВЕТЕРИНАРНЫЕ НАУКИ**

*Бейшов Р.С., Каримова А.К.* Генетический полиморфизм герефордского скота на основе микросателлитных днк-маркеров ..... 159

**СОЦИАЛЬНЫЕ НАУКИ**

*Дамбаулова Г.К., Мұхаметқали Р.З., Молдагалиева Н.Д.* Ключевые показатели эффективности: принципы, применение и будущие тенденции ..... 176

*Медиева А.Р.* Казахстан и мир: тенденции развития Олимпиадного движения и его будущее ..... 182

*Мұқатаева Ж.М., Кушурова А.А.* Тревожность и ее связь с успеваемостью школьников .... 194

*Тастанов М.Ф., Курмангалиева А.А.* Использование scaffolding в clil для улучшения восприятия материала..... 199

*Шагаева Д.С.* Проблемы обеспечения законности и справедливости в сфере осуществления правосудия в Республике Казахстан ..... 206

*Шагаева Д.С.* Правосознание и правовая культура судей ..... 210

**ИНФОРМАЦИЯ ДЛЯ АВТОРОВ**..... 218

## CONTENT

### **HUMANITIES AND ARTS**

<i>Isova E.A., Amirgalieva E.S.</i> Pedagogical vision of khalel dosmukhamedovich .....	3
<i>Kozhanuly M.</i> The countenance of the world conception of Mukagali .....	9
<i>Kozhanuly M.</i> Poetry has no borders... ..	17
<i>Myrzagaliyeva K.M., Artykbay I.B.</i> Irises of morality .....	26
<i>Segizbayeva K.K., Ilyasova A.A.</i> Lexical means of creating an image of a hero in the prose of A. Kuprin .....	32
<i>Tolegenova R.K.</i> Family conflict in Saule Doszhan's novel «When a woman is a hostage» .....	38

### **NATURAL SCIENCES**

<i>Alimbayev A.A., Yurk O.S.</i> Application of the problem-oriented method on the example of automorphisms of free algebras .....	43
<i>Beishov R.S., Zhunisbekov N.Y.</i> Analysis of the medical potential of bioactive compounds identified in chamomile ( <i>matricaria recutita</i> ) growing in the Kostanay region .....	48
<i>Bragina T. M., Zabashta M.V., Satmukhambetova G.A.</i> About the species diversity of blood-sucking mosquitoes (diptera: culicidae) of the Kostanay region .....	53
<i>Bragina T. M., Popov A.V.</i> Comparative analysis of fish catches in the Ubagan river and the Tobol river in the summer of 2024 within the Tobol-Ishim interriver area.....	59
<i>Sultangazina G.Zh., Artemchuk A.V.</i> Additions to the Sarykol district flora of the Kostanay region .....	65
<i>Sultangazina G.Zh., Muratova A.M.</i> Analysis of the life forms of the flora of the Karasu district of the Kostanay region .....	70
<i>Sultangazina G.Zh., Muratova A.M.</i> Study of the flora of the Karasu district of the Kostanay region .....	76
<i>Sultangazina G.Zh., Odzhakhverdiyeva S.V.</i> Ecological-coenotic analysis of the urban flora of Kostanay and its outskirts .....	83
<i>Tastanov M.G., Zharlygassova E.Z.</i> The average number of the "floating random walk" steps before entering the $\varepsilon$ - neighborhood of the plane .....	88
<i>Tastanov M.G., Nurgeldina A.Y.</i> Monte-Carlo methods scheme.....	94

### **ENGINEERING AND TECHNOLOGY**

<i>Amantayev M.A., Zolotukhin YE.A., Slavov V., Orlov P.S.</i> Creation of high-precision 3d models by contact method of 3d-scanning and prospects for using the obtained data in reverse engineering technology .....	100
<i>Yersultanova Z. S., Zhanabay A.K., Yersultanova Z. S.</i> Creation and use of mobile application in teaching computer science .....	107
<i>Ibragimova S.V., Bannov I.G.</i> Application of software complexes for modeling of resistance furnace operation mode.....	115
<i>Kolesnikov S.S.</i> Teaching digital literacy through games: features of working with primary school children .....	120
<i>Kravchenko R.I., Amantaev M.A., Ostanin V.A., Gafurbaev V.G.</i> Application of patterns of environmental conditions' influence on the reliability of the fuel system in diesel engine vehicles.....	127
<i>Rebik A.A.</i> Studying the process of developing educational mobile applications using text and visual programming .....	135
<i>Saidov A.M., Kalitka D.A., Balguzhinova Zh.E., Raisova Zh.Kh.</i> Modern digital solutions and their impact on educational process management.....	141

<i>Saidov A.M., Kalitka D.A., Balguzhinova Zh.E., Raisova Zh.Kh.</i> Digital technologies and university pedagogy: new opportunities and challenges.....	147
<i>Tastanov M.G., Tuktubayeva S.A.</i> Problem-based learning in the digital era: technologies, cases, and prospects .....	152
 <b>AGRICULTURAL, VETERINARY SCIENCES</b>	
<i>Beishov R.S., Karimova A.K.</i> Genetic polymorphism of hereford cattle based on microsatellite dna markers .....	159
 <b>SOCIAL SCIENCES</b>	
<i>Dambaulova G.K., Mukhametkali R.Z., Moldagaliyeva N.D.</i> Key performance indicators: principles, application and future trends .....	176
<i>Mediyeva A.R.</i> Trends and future of the Olympiad movement in kazakhstan and the world.....	182
<i>Mukatayeva Z.M., Kushurova A.A.</i> Anxiety and its relationship with academic performance in schoolchildren .....	194
<i>Tastanov M.G., Kurmangaliyeva, A.A.</i> Using scaffolding in clil to improve material comprehension .....	199
<i>Shagayeva D.S.</i> Problems of ensuring legality and justice in the sphere of administration of justice in the Republic of Kazakhstan.....	206
<i>Shagayeva D.S.</i> Judicial awareness and culture of judges .....	210
 <b>INFORMATION FOR AUTHORS</b> .....	221

**Редактор, корректор:** *А. Симонова*  
**Корректорлар:** *Б. Сыздыкова, Т. Цай*  
**Компьютерлік беттеу:** *С. Красикова, И. Милокумова*

**Редактор, корректор:** *А. Симонова*  
**Корректоры:** *Б. Сыздыкова, Т. Цай*  
**Компьютерная верстка:** *С. Красикова, И. Милокумова*

---

---

Басуға 09.04.2025 ж. берілді.  
Пішімі 60x84/8. Көлемі 17,5 б.т.  
Тапсырыс № 060

Подписано в печать 09.04.2025 г.  
Формат 60x84/8. Объем 17,5 п.л.  
Заказ № 060

Ахмете Байтұрсынұлы атындағы  
Қостанай өңірлік университетіндегі  
редакциялық-баспа бөлімінде басылған  
Қостанай қ., Байтұрсынов к., 47

Отпечатано в редакционно-издательском отделе  
Костанайского регионального университета  
имени Ахмет Байтұрсынұлы  
г. Костанай, ул. Байтұрсынова, 47