



BAITURSYNULY
UNIVERSITY

«АХМЕТ БАЙТҰРСЫНҰЛЫ
АТЫНДАҒЫ ҚОСТАНАЙ ӨңІРЛІК
УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ



ҚМПИ ЖАРШЫСЫ

КӨПСАЛАЛЫ
ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛЫ
МНОГОПРОФИЛЬНЫЙ
НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

№ 2
2025

ISSN 2310-3353



2025 ж., сәуір, №2 (78)
Журнал 2005 ж. қаңтардан бастап шығады
Жылына төрт рет шығады

Құрылтайшы: *Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті*

Бас редактор: *Куанышбаев С.Б.*, география ғылымдарының докторы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы ҚӨУ, Қазақстан.

Бас редактордың орынбасары: *Жарлыгасов Ж.Б.*, ауыл шаруашылығы ғылымдарының кандидаты, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы ҚӨУ, Қазақстан.

РЕДАКЦИЯ АЛҚАСЫ

Әлімбаев А.Е., философия докторы (PhD), А.Қ. Құсайынов атындағы Еуразия гуманитарлық институты, Қазақстан.

Балтабаева А.С., Қостанай облысы әкімдігі білім басқармасының «Әдістемелік орталығы» КММ, Қостанай қ., Қазақстан.

Бережнова Е.В., педагогика ғылымдарының докторы, профессор Ресей Федерациясы Сыртқы істер министрлігінің Мәскеу мемлекеттік Халықаралық қатынастар институты (университеті), Ресей.

Емин Атасой, PhD докторы, Улудаг университеті, Бурса қ., Түркия.

Зоя Микниене, докторы, (PhD) Литва денсаулық туралы ғылым университеті, Каунас қ., Литва Республикасы.

Качеев Д.А., философия ғылымдарының кандидаты, тарих магистрі, «Челябі мемлекеттік университеті» ЖББ ФМББМ Қостанай филиалы, Қазақстан.

Ксембаева С.К., педагогика ғылымдарының кандидаты, «Торайғыров университеті» КЕАҚ, Қазақстан.

Лина Анастасова, әлеуметтану ғылымдарының докторы, Бургас еркін университеті, Бургас қ., Болгария.

Медетов Н.А., физика-математика ғылымдарының докторы, «Ш. Уалиханов атындағы Көкшетау университеті» КЕАҚ, Қазақстан.

Мишулина О.В., экономика ғылымдарының докторы, «Челябі мемлекеттік университеті» ЖББ ФМББМ Қостанай филиалы, Қазақстан.

Рахимова Э.Е., «№ 1 мектеп-лицей» КММ мұғалімі, «Үздік педагог-2023 жыл», Қостанай қ., Қазақстан.

Соловьев С.А., биология ғылымдарының докторы, Новосібір мемлекеттік экономика және басқару университеті, Ресей.

Скороходов Д.М., техника ғылымдарының кандидаты, «Ресей мемлекеттік аграрлық университеті – К.А. Тимирязев атындағы Мәскеу ауыл шаруашылық академиясы» ЖББ ФМББМ, Ресей.

Скударева Г.Н., педагогика ғылымдарының докторы, профессор, Мемлекеттік гуманитарлық-технологиялық университетінің ректоры, Орехово-Зуево қ., Ресей

Сычева И.Н., ауыл шаруашылығы ғылымдарының кандидаты, «Ресей мемлекеттік аграрлық университеті – К.А. Тимирязев атындағы Мәскеу ауыл шаруашылық академиясы» ЖББ ФМББМ, Ресей.

Ташев А.Н., экология бойынша биология ғылымдарының кандидаты, орман шаруашылығы университеті, София қ., Болгария.

Уразбоев Г.У., физика-математика ғылымдарының докторы, Ургенч мемлекеттік университеті, Өзбекстан.

Тіркеу туралы куәлік №5452-Ж

Қазақстан Республикасының ақпарат министрлігімен 17.09.2004 берілген.

Мерзімді баспа басылымын қайта есепке алу 07.11.2023 ж.

Жазылу бойынша индексі 74081

Редакцияның мекен-жайы:
110000, Қостанай қ., Байтұрсынов к., 47
(Редакциялық-баспа бөлімі)
Тел.: 8(7142) 51-11-76

© Ахмет Байтұрсынұлы атындағы
Қостанай өңірлік университеті

№2 (78), апрель 2025 г.
Издается с января 2005 года
Выходит 4 раза в год

Учредитель: *Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы*

Главный редактор: *Куанышбаев С.Б.*, доктор географических наук, КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы, Казахстан.

Заместитель главного редактора: *Жарлыгасов Ж.Б.*, кандидат сельскохозяйственных наук, КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы, Казахстан.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Алимбаев А.Е., доктор философии (PhD), Евразийский гуманитарный институт имени А.К.Кусаинова, Казахстан.

Балтабаева А.С., директор КГУ «Методический центр» Управления образования Костанайской области, г. Костанай, Казахстан.

Бережнова Е.В., доктор педагогических наук, профессор, Московский государственный институт международных отношений (университет) Министерства иностранных дел Российской Федерации, Россия.

Емин Атасой, доктор PhD, Университет Улудаг, г. Бурса, Турция.

Зоя Микниене, доктор (PhD), Литовский университет наук здоровья, г. Каунас, Республика Литва.

Качеев Д.А., кандидат философских наук, магистр истории, Костанайский филиал ФГБОУ ВО «ЧелГУ», Казахстан.

Ксембаева С.К., кандидат педагогических наук, НАО «Торайгыров университет», Казахстан.

Лина Анастасова, доктор социологии, Бургасский свободный университет, г. Бургас, Болгария.

Медетов Н.А., доктор физико-математических наук, НАО «Кокшетауский университет им. Ш.Уалиханова», Казахстан.

Мишулина О.В., доктор экономических наук, Костанайский филиал ФГБОУ ВО «ЧелГУ», Казахстан.

Рахимова Э.Е., учитель, КГУ «Школа-лицей № 1», «Лучший педагог-2023 года», г. Костанай, Казахстан.

Соловьев С.А., доктор биологических наук, Новосибирский государственный университет экономики и управления, Россия.

Скороходов Д.М., кандидат технических наук, ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева, Россия.

Скударева Г.Н., доктор педагогических наук, профессор, ректор Государственного гуманитарно-технологического университета, г. Орехово-Зуево, Россия.

Сычева И.Н., кандидат сельскохозяйственных наук, ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева, Россия.

Ташев А.Н., кандидат биологических наук по экологии, Лесотехнический университет, г. София, Болгария.

Уразбоев Г.У., доктор физико-математических наук, Ургенчский государственный университет, Узбекистан.

Свидетельство о регистрации № 5452-Ж
выдано Министерством информации Республики Казахстан 17.09.2004 г.
Переучёт периодического печатного издания 07.11.2023 г.
Подписной индекс 74081

Адрес редакции:

110000, г. Костанай, ул. Байтұрсынұлы, 47
(Редакционно-издательский отдел)
Тел.: 8(7142) 51-11-76

© Костанайский региональный университет
имени Ахмет Байтұрсынұлы

Түйінді сөздер: урбанофлора, экологиялық-ценоздық топтар, адвентивті түрлер, синантроптық өсімдіктер, кенттену, Қостанай.

SULTANGAZINA, G.Zh., ODZHAKHVERDIYEVA, S.V.

ECOLOGICAL-COENOTIC ANALYSIS OF THE URBAN FLORA OF KOSTANAY AND ITS OUTSKIRTS

The article presents an ecological-coenotic analysis of the urban flora of Kostanay. The classification of species by the main ecological-coenotic groups is carried out, among which the largest groups are steppe (149 species; 26.51%), forest (74 species; 13.17%), meadow (64 species; 11.39%), ruderal (59 species; 10.50%). In the structure of urban flora comprising 562 plant species, 302 species (53.74%) are indigenous, 260 species (46.26%) are synanthropic, endemic fraction includes 438 species, adventitious fraction – 124 species.

Key words: urban flora, ecological-coenotic groups, adventitious species, synanthropic plants, urbanization, Kostanay.

Сведения об авторах:

Сұлтангазина Гүлнара Жалелқызы – к.б.н., и.о. профессора кафедры биологии, экологии и химии, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.

Оджахвердиева Саида Вахидовна – магистрант 2 года обучения ОП 7М05101 – Биология, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.

Сұлтангазина Гүлнара Жалелқызы – биология ғылымдарының кандидаты, биология, экология және химия кафедрасы профессорының м.а., Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.

Оджахвердиева Саида Вахидовна – 7М05101-Биология ББ 2 курс магистранты, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.

Sultangazina Gulnara Zhalelkyzy – Candidate of Biological Sciences, Acting Professor of the Department of biology, ecology and chemistry, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.

Odzhakhverdiyeva Saida Vakhidovna – 2nd-year Master's student, “7M05101 – Biology” educational program, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.

УДК 519.245

Тасанов, М.Г.,

кандидат физико-математических наук,
и.о. профессора кафедры математики и физики,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан

Жарлыгасова, Э.З.,

магистр естественных наук, старший преподаватель
кафедры математики и физики,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан

**СРЕДНЕЕ ЧИСЛО ШАГОВ «БЛУЖДЕНИЯ ПО СФЕРАМ»
ДО ПОПАДАНИЯ В ε – ОКРЕСТНОСТЬ ПЛОСКОСТИ**

Аннотация

В работе рассматривается определение среднего числа шагов случайного блуждания, как математическое ожидание. Обычно, это использу-

ется для определения траектории движения, описывающего путь, который составлен в виде случайных шагов в каком-то пространстве и представляется как случайный или стохастический процесс. Случайные блуждания, считаются, как математическая модель процесса, изменения в которых происходят в дискретные моменты времени, причем изменения на каждом шаге не зависят от предыдущего шага и от времени. Определение попадания в ε -окрестность плоскости основано на рассматриваемых леммах и теоремах.

Ключевые слова: методы Монте-Карло, распределение случайных величин, «блуждание по сферам», функция восстановления, плотность восстановления, m -мерное полупространство.

1 Введение

Для нахождения решений краевых задач используется множество численных методов, среди которых особняком стоят методы статистического моделирования или методы Монте-Карло [1], [2]. Для решения уравнений газовой динамики, переноса излучений, задач электростатики, теории упругости и других успешно разработаны принципы статистического моделирования. Статистические алгоритмы помогают решить краевые задачи внутри и вне ограниченной области, границы которых могут иметь достаточно сложную структуру. В большинстве случаев вычислительная работа в таких алгоритмах линейно зависима от размерности области. При построении статистического алгоритма решение краевой задачи записывается в виде математического ожидания некоторой случайной величины ξ , т.е. случайная величина ξ является несмещенной оценкой решения задачи. Обычно несмещенные оценки для решения краевых задач строятся на траекториях марковского случайного процесса с дискретным временем (случайного блуждания). Само случайное блуждание происходит в замкнутой ограниченной области $\subset R$, в которой решается краевая задача. Вероятность перехода $P(x, A)$ из точки $x \in D$ в множество $A \subset D$ является субстохастическим ядром. Исходная краевая задача при этом заменяется эквивалентным интегральным уравнением в пространстве непрерывных функций $C(D)$:

$$u(x) = \int P(x, dy)u(y) + F(x), \quad x \in D,$$

где $F(x)$ определяется через правую часть дифференциального уравнения и граничные условия. Пусть $x(0) = x, x(1), x(2), \dots$ – цепь Маркова с переходными вероятностями $P(x, B)$. Вообще говоря, это обрывающаяся цепь. На траекториях цепи стандартным образом строится последовательность $\xi(n), n = 0, 1, \dots$, несмещенных оценок для $u(x)$.

2 Материалы и методы

Случайные блуждания являются очень удобными инструментами представления математической модели, которая описывает физические процессы, динамика которых имеет стохастическую природу. Построенные при этом схемы оказываются наглядными объяснениями общих закономерностей рассматриваемых процессов.

Существуют две основные формулировки задачи о случайных блужданиях.

Математическая – расчет вероятности определенного значения координаты точки путем перебора возможных положений точки в результате пошаговых перемещений.

Физическая – случайные блуждания в результате беспорядочных столкновений с препятствиями. Это и броуновское движение, и различные варианты диффузии. Простейший случай, который соответствует, например, броуновскому движению, состоит в выдвигении гипотезы о пространственной изотропии – такая область пространства, физические свойства которой (оптические, электрические и др.) не зависят от направления.

Карл Пирсон в 1905 году впервые ввел понятие «случайное блуждание». К случайным блужданиям можно отнести: графы, числовая прямая (из целых или действительных чисел), векторные пространства, многомерные римановы многообразия, группы Ли, криволинейные

поверхности. Параметр время также является различным. В самом простом случае блуждание происходит в дискретном времени являясь определенной последовательностью случайных величин. Моделями случайного блуждания являются: блуждание по целочисленным точкам прямой, биномиальное распределение (формула Бернулли), броуновское движение, колебание акций в фондовом рынке, движение животных по пастбищу в поисках фуража, банковские риски. Все вышеперечисленные случаи всегда можно аппроксимировать с помощью моделей случайного блуждания, даже в тех случаях, когда они могут не быть полностью случайными в реальной ситуации. Случайное блуждание также тесно связано с Марковским процессом. Интерес вызывает вопрос о том, с какой вероятностью случайное блуждание возвращается в начало движения или на какое среднее расстояние мы можем отойти через время n . В общем случае для нас важны вопросы о случайном блуждании не на всей плоскости, а в некоторой ограниченной подобласти. В основном, мы будем заниматься дискретными постановками задач, которые будут идти параллельно с их непрерывными аналогами [3].

3–4 Результаты и обсуждение

Пусть D – полупространство, ограниченное плоскостью Γ . Обозначим $d_n = d(P_n)$, где $\{P_n\}$ – цепь «блуждания по сферам», начинающаяся в точке $P = P_0$. Величину $\ln d_n$ можно представить следующим образом:

$$\ln d_n = \ln \left(d_0 \prod_{k=1}^n \frac{d_k}{d_{k-1}} \right) = \ln d_0 + \sum_{k=1}^n \ln \left(\frac{d_k}{d_{k-1}} \right). \tag{1}$$

Для плоской границы величины $\ln(d_k/d_{k-1})$, очевидно, независимы и одинаково распределены; например, в трехмерном случае

$$d_k = d_{k-1} \cdot 2\alpha_k, \tag{2}$$

где α_k – независимые случайные величины, равномерно распределенные в интервале $(0,1)$. Формула (2) следует из того, что проекция конечной точки изотропного единичного вектора на фиксированную ось в трехмерном случае распределена равномерно в соответствующем интервале.

Требуемые нам результаты теории восстановления содержатся в следующих утверждениях.

Лемма 1.

Пусть $\{\eta_k\}$ – последовательность независимых, одинаково распределенных случайных величин с математическим ожиданием $\mu < 0$, и

$$N_y = \min\{n: \sum_{k=1}^n \eta_k < y\}, y < 0.$$

Тогда справедливо следующее асимптотическое соотношение:

$$MN_y = \frac{y}{\mu} + o(|y|) \text{ при } y \rightarrow -\infty. \tag{3}$$

Обозначим через $H(y)$ среднее число значений n , для которых выполняется неравенство $\sum_{k=1}^n \eta_k > y$. Принято называть $H(y)$ функцией восстановления [4], [5].

Лемма 2.

Пусть $\eta_k \leq a < +\infty$, $\mu = M\eta_k < 0$ и $M \exp(-c\eta_k) < +\infty$ для некоторого $c > 0$. Тогда при $y < 0$ производная $H(y)$ существует и $\lim H'(y) = |\mu|^{-1}$.

Заметим, что функцию $H'(y)$ обычно называют плотностью восстановления [6].

Далее определяются математические ожидания случайных величин $\eta_k^{(m)} = \ln(d_{k+1}/d_k)$ для различного числа измерений m и их асимптотика при $m \rightarrow \infty$. Будет проверено также выполнение условий леммы 2 для величин $\eta_k^{(m)}$.

Лемма 3.

Пусть D – m – мерное полупространство, ограниченное $(m - 1)$ – мерной гиперплоскостью. Тогда

$$M(\eta_k^{(m)}) = M \left(\ln \frac{d_{k+1}}{d_k} \middle| m \right) = \ln 2 + \psi \left(\frac{m-1}{2} \right) - \psi(m-1) < 0 \tag{4}$$

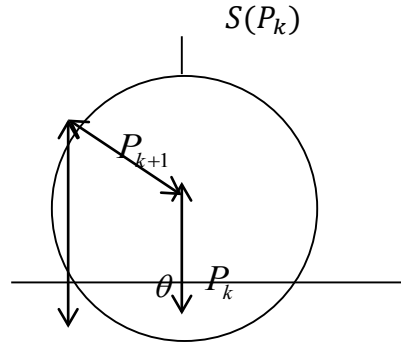
где $\psi(z) = \frac{d \ln \Gamma(z)}{dz}$, $z > 0$; $\Gamma(z)$ – гамма-функция.

В частности,

$$\begin{aligned}
 M\left(\ln \frac{d_{k+1}}{d_k} \mid m = 2\right) &= -\ln 2, \quad M\left(\ln \frac{d_{k+1}}{d_k} \mid m = 3\right) = \ln 2 - 1, \\
 M\left(\ln \frac{d_{k+1}}{d_k} \mid \begin{matrix} m - \text{нечетн.} \\ m \geq 3 \end{matrix}\right) &= \ln 2 - \sum_{j=\frac{m-1}{2}}^{m-2} \frac{1}{j}, \\
 M\left(\ln \frac{d_{k+1}}{d_k} \mid \begin{matrix} m - \text{нечетн.} \\ m \geq 4 \end{matrix}\right) &= -\ln 2 + \sum_{j=\frac{m}{2}}^{m-2} \frac{1}{j}.
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Доказательство. Обозначим через θ угол между нормалью к гиперплоскости и вектором, направленным из точки P_k в точку P_{k+1} .

Легко видеть, что $\cos \theta = (d_k - d_{k+1})/d_k$. Следовательно, $(d_{k+1}/d_k) = 1 - \cos \theta$. Известно, что если точка p_{k+1} выбирается равномерно по поверхности гиперсферы $S(P_k)$, то плотность



распределения θ пропорциональна $\sin^{m-2} \theta$ (это нетрудно проверить методом индукции). Значит,

$$M\left(\ln \frac{d_{k+1}}{d_k} \mid m\right) = \frac{\int_0^\pi \ln(1 - \cos \theta) \sin^{m-2} \theta d\theta}{\int_0^\pi \sin^{m-2} \theta d\theta}.
 \tag{6}$$

Эта величина отрицательна, так как

$$\int_0^\pi \ln(1 - \cos \theta) \sin^{m-2} \theta d\theta = \int_0^{\pi/2} \ln(1 - \cos^2 \theta) \sin^{m-2} \theta d\theta < 0.$$

Сделав в верхнем интеграле выражения (6) преобразование

$$1 - \cos \theta = 2[\sin(\theta/2)]^2, \quad \sin \theta = 2 \sin(\theta/2) \cos(\theta/2)$$

и замену переменной $\sin(\theta/2) = x$, находим

$$M\left(\ln \frac{d_{k+1}}{d_k} \mid m\right) = \ln 2 + \frac{2^m \int_0^1 x^{m-2} (1-x^2)^{\frac{m-3}{2}} \ln x dx}{\int_0^\pi \sin^{m-2} \theta d\theta}.$$

Известно, что

$$\begin{aligned}
 \int_0^1 x^{\mu-1} (1-x^2)^{\nu-1} \ln x dx &= \frac{1}{r^2} B\left(\frac{\mu}{r}, \nu\right) \left[\psi\left(\frac{\mu}{r}\right) - \psi\left(\frac{\mu}{r} + \nu\right)\right], \\
 \int_0^\pi \sin^{\mu-1} x dx &= 2^{\mu-1} B\left(\frac{\mu}{2}, \frac{\mu}{2}\right), \quad \mu - \text{натуральное}
 \end{aligned}$$

Используя эти выражения, с учетом равенств $\frac{\mu}{2} = \nu = \frac{\mu}{r} = \frac{m-1}{2}$ сразу получаем (4). Окончательное выражение для нечетного m следует из соотношения

$$\psi(z + n) = \frac{1}{z} + \frac{1}{z+1} + \dots + \frac{1}{z+n-1} + \psi(z), \quad n = 1, 2, \dots,$$

а для четного m нужно дополнительно использовать равенство

$$\psi(2) = \frac{1}{2} \left[\psi + \psi\left(\frac{1}{2}\right)\right] + \ln 2 \text{ при } 2z = m - 1.$$

Лемма 4.

Справедливо следующее асимптотическое равенство

$$M\left(\ln \frac{d_{k+1}}{d_k} \mid m\right) = -\frac{1}{2m} + O\left(\frac{1}{m}\right) \text{ при } m \rightarrow \infty.
 \tag{7}$$

Доказательство. Известно, что

$$\psi(z) = \ln z - \frac{1}{2z} + O\left(\frac{1}{z}\right) \text{ при } z \rightarrow \infty.$$

Отсюда

$$M \left(\ln \frac{d_{k-1}}{d_k} \mid m + 1 \right) = \ln + \psi \left(\frac{m}{2} \right) - \psi(m) = \ln 2 + \ln m - \ln 2 - \frac{1}{m} - \ln m + \frac{1}{2m} + O(m) = -\frac{1}{2m} + O(m).$$

Очевидно, что последнее соотношение эквивалентно утверждению леммы [7].

Лемма 5.

Если $c < \frac{1}{2}$, то $M \exp(-c\eta_k^{(m)}) < +\infty, \forall m$.

Доказательство следует из соотношения:

$$\int_0^\pi \sin^{m-2} \theta \cdot \exp[-c \ln(1 - \cos \theta)] d\theta = \int_0^\pi \frac{\sin^{m-2} \theta d\theta}{(1 - \cos \theta)^c} \leq \int_0^\pi \frac{d\theta}{(1 - \cos \theta)^c} < +\infty, \forall c < \frac{1}{2}.$$

Теперь можно перейти к изучению свойств среднего числа переходов в цепи «блуждания по сферам» [8], [9].

Теорема 1.

Среднее число переходов, предшествующих попаданию в ε – окрестность плоской границы, для m – мерного пространства выражается формулой

$$q(P_0, \varepsilon) = \frac{\ln \varepsilon}{M\eta_k^{(m)}} + O(|\ln \varepsilon|) \text{ при } \varepsilon \rightarrow 0. \tag{8}$$

При увеличении числа измерений среднее число переходов асимптотически растет, как $2m$.

Доказательство. Соотношение (8) сразу следует из (3) и леммы 1, так как $d_n < \varepsilon$ эквивалентно $\ln d_n < \ln \varepsilon$ и $\mu = M\eta_k^{(m)} < 0$. Второе утверждение является следствием леммы 4.

Заметим, что в случае трехмерного пространства имеем

$$q(P_0, \varepsilon) = \frac{\ln \varepsilon}{\ln 2 - 1} + O(|\ln \varepsilon|) \text{ при } \varepsilon \rightarrow 0. \tag{9}$$

Теорема 2.

Плотность распределения среднего числа центров сфер S_n в случае плоской границы

$$f(x) = \frac{1}{|M\eta_k^{(m)}|} \cdot \frac{1}{x} + O(x^{-1}), \text{ при } x \rightarrow 0, \tag{10}$$

где x – расстояние до границы.

Доказательство. Из леммы 2 и леммы 5 следует, что плотность $h(y)$ распределения среднего числа значений $\ln d_n$ при $y < 0$ существует и выражается формулой

$$h(y) = \frac{1}{|M\eta_k^{(m)}|} + O(1) \text{ при } y \rightarrow -\infty.$$

Отсюда получают (10), так как $f(x) = h(\ln x) \cdot x^{-1}$.

5 Выводы

С помощью теории восстановления получены результаты, не противоречащие утверждениям Лемм. Определены среднее число шагов, которые предшествуют попаданию в ε – окрестность плоской границы. Также найдены математические ожидания случайных величин для различных чисел измерения и их асимптотика. Доказаны две теоремы.

Список литературы

- 1 Sabelfeld K.K. Monte Carlo methods in boundary value problems. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1991.
- 2 Ермаков С.М., Некруткин В.В., Сипин А.С. Случайные процессы для решения классических уравнений математической физики – М.: Наука, 1989. – 447 с.
- 3 Ермаков С.М., Сипин А.С. Процесс «блуждания по полусферам» и его применение к решению краевых задач. Вестник СПбГУ. Сер.1 2009. Выпуск 3. С.9-18.
- 4 Сипин А.С. О стохастических алгоритмах решения краевых задач для оператора Лапласа. Вероятность и статистика. 23 Зап. Научн. Сем. ПОМИ. СПб.: ПОМИ, 2015 Т.442 С. 133-142.

5 Симонов Н.А. Методы Монте-Карло для решения эллиптических уравнений с граничными условиями, включающими в себя нормальную производную. Докл. РАН. 2006 Т. 410 №2 С. 1-4.

6 Симонов Н.А. Алгоритмы случайного блуждания по сферам для решения смешанной задачи и задачи Неймана. Сиб. журн. вычисл. матем. 2007 Т. 10 №2 С. 209-220.

7 Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, изд. Четвертое доп. 2011. – 217 с.

8 Ермаков С.М. Метод Монте-Карло и смежные вопросы. – М.: Наука. 2015. – 492 с.

9 Смагулов Ш.С., Тастанов М.Г., Шакенов К.К. О решении трехмерной стационарной задачи фильтрации методами Монте-Карло. Вестник КазГУ, №11, Серия математика, механика, информатика. Алматы, 1998. С.150-163.

ТАСТАНОВ, М.Г., ЖАРЛЫГАСОВА, Э.З.

ЖАЗЫҚТЫҚТЫҢ ε –АЙНАЛАСЫНА ТҮСКЕНГЕ ДЕЙІН «СФЕРАЛАРДЫ КЕЗУ» ҚАДАМДАРЫНЫҢ ОРТАША САНЫ

Жұмыста кездейсоқ кезу қадамдарының орташа санын анықтау математикалық күту ретінде қарастырылады. Әдетте, бұл белгілі бір кеңістіктегі кездейсоқ қадамдар түрінде құрастырылған және кездейсоқ немесе стохастикалық процесс ретінде ұсынылатын жолды сипаттайтын қозғалыс траекториясын анықтау үшін қолданылады. Кездейсоқ кезу процесінің математикалық моделі ретінде қарастырылады, онда өзгерістер уақыттың дискретті сәттерінде болады, әр қадамдағы өзгерістер алдыңғы қадамға және уақытқа тәуелді емес. Жазықтықтың ε –айналасына түсуінің анықтамасы қарастырылып отырған леммалар мен Теоремаларға негізделген.

Түйінді сөздер: Монте-Карло әдістері, кездейсоқ шамалардың таралуы, «сфераларды кезу», қалпына келтіру функциясы, қалпына келтіру тығыздығы, m -өлшемді жартылай кеңістік.

TASTANOV, M.G., ZHARLYGASSOVA, E.Z.

THE AVERAGE NUMBER OF THE "FLOATING RANDOM WALK" STEPS BEFORE ENTERING THE ε - NEIGHBORHOOD OF THE PLANE

The paper considers the definition of the average number of steps of a floating random walk as a mathematical expectation. This is usually used to determine the trajectory of a movement describing a path that is composed of random steps in some space and is represented as a random or stochastic process. Floating random walks are considered as a mathematical model of a process in which changes occur at discrete points in time, and the changes at each step do not depend on the previous step and on time. The definition of falling into the ε -neighborhood of the plane is based on the lemmas and theorems under consideration.

Key words: Monte-Carlo methods, random variable distribution, "floating random walk", recovery function, recovery density, m -dimensional semi-space.

Сведения об авторах:

Тастанов Мейрамбек Габдуалиевич – кандидат физико-математических наук, доцент, и.о профессора кафедры математики и физики, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.

Жарлыгасова Эльмира Закировна – магистр естественных наук, старший преподаватель кафедры математики и физики, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.

Тастанов Мейрамбек Габдуалиұлы – физика-математика ғылымдарының кандидаты, доцент, математика және физика кафедрасы профессорының м.а., Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.

Жарлыгасова Эльмира Закировна – жаратылыстану ғылымдарының магистрі, математика және физика кафедрасының аға оқытушысы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.

Tastanov Meirambek Gabdualiyevich – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, acting Professor of the Department of mathematics and physics, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.

Zharlygassova Elmira Zakirovna – Master of Natural Sciences, Senior Lecturer of the Department of mathematics and physics, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.

УДК 519.245

Тасанов, М.Г.,

*кандидат физико-математических наук,
и.о. профессора кафедры математики и физики,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан*

Нургельдина, А.Е.,

*магистр естественных наук, старший преподаватель
кафедры математики и физики,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан*

СХЕМА МЕТОДОВ МОНТЕ-КАРЛО

Аннотация

При использовании метода Монте-Карло моделируются случайные величины с известными законами распределения, и из этих величин по известным правилам конструируются более сложные, распределение которых уже не может быть найдено аналитически. Эти результирующие распределения могут быть известны с точностью до параметров – в этом случае используется аппарат математической статистики для оценивания этих параметров. В случае, когда вид результирующего распределения неизвестен, используются непараметрические методы.

Ключевые слова: методы Монте-Карло, способы задания случайной величины, интеграла типа Лебега, модификации методов Монте-Карло, процесс «блуждания по сферам».

1 Введение

Моделирование более сложного случайного процесса при помощи известной простой случайной величины является основным содержанием методов Монте-Карло. Одной из самой простой случайной величиной может служить случайная величина, равномерно распределенная на промежутке $[0,1]$. Известно много способов построения, с любой заданной точностью, (хотя бы бросанием монеты) случайной величины равномерно распределенной на $[0,1]$. Подобный способ задания случайной величины называют конструктивным. Тогда, естественно требовать, чтобы рассматриваемые вероятностные пространства тоже были конструктивными. Под конструктивным вероятностным пространством будем понимать такое вероятностное пространство (Ω, U, P) , для которого существует измеримое отображение $\omega = \phi(x)$, $x \in [0,1]$, $\omega \in \Omega$, отрезка $[0,1]$ в Ω такое, что для любого $A \in U$ $\mu\{A\} = \int_B dx$, где $B = \{x: \phi(x) \in A\}$ [1]. Таким образом, требование конструктивности вероятностного пространства означает, что случайная величина, определенная на нем, должна выражаться через равномерно распределенные на $[0,1]$ случайные величины. Последние же, как отмечалось, могут быть заданы конструктивно.

2 Материалы и методы

При конструктивном задании случайные величины являются функциями указанных совокупностей равномерно распределенных случайных величин, а математические ожидания функционалов от процессов являются интегралами по единичному гиперкубу счетной крат-

МАЗМҰНЫ

ГУМАНИТАРЛЫҚ ЖӘНЕ ӨНЕР ҒЫЛЫМДАРЫ

<i>Исова Э.А., Амиргалиева Е.С.</i> Халел Досмұхамедұлының педагогикалық көзқарасы	3
<i>Қожанұлы М.</i> Қазағы бар да, Мұқағали әлемі биіктей береді	9
<i>Қожанұлы М.</i> Поэзияда шекара жоқ	17
<i>Мырзағалиева К.М., Артықбай И.Б.</i> Иmandылық ирімдері.....	26
<i>Сегізбаева К.К., Ильясова А.А.</i> Кейіпкер бейнесін жасаудың лексикалық құралдары прозада А. Куприна.....	32
<i>Толегенова Р.К.</i> Сауле Досжанның «Әйел – тұтқын болғанда» повесіндегі отбасылық қақтығыс	38

ЖАРАТЫЛЫСТАНУ ҒЫЛЫМДАРЫ

<i>Алимбаев А.А., Юрк О.С.</i> Еркін алгебралардың автоморфизмі мысалында мәселелік бағдарлық әдісті	43
<i>Бейшов Р.С., Жүнісбеков Н.Е.</i> Қостанай облысындағы медициналық түймедақ (<i>matricaria recutita</i>) өсімдігінен анықталған биологиялық белсенді қосылыстардың медициналық қолдану әлеуетін талдау	48
<i>Брагина Т.М., Забашта М.А., Сатмухамбетова Г.А.</i> Қостанай облысында қан соратын масалардың түрлеріне (<i>diptera: culicidae</i>)	53
<i>Брагина Т.М., Попов А.В.</i> 2024 жылдың жазында Убаған өзені және Тобол өзеніндегі балық аулауын салыстырмалы талдау Тобол-Ешім араласу	59
<i>Сұлтанғазина Г.Ж., Артемчук А.В.</i> Қостанай облысы Сарыкөл ауданының флорасына толықтырулар	65
<i>Сұлтанғазина Г.Ж., Муратова А.М.</i> Қостанай облысы Қарасу ауданы флорасының тіршілік формаларын талдау.....	70
<i>Сұлтанғазина Г.Ж., Муратова А.М.</i> Қостанай облысы Қарасу ауданының флорасын зерттеу	76
<i>Сұлтанғазина Г.Ж., Оджухвердиева С.В.</i> Қостанай қаласы және оның төңірлерінің урбанофлорасына экологиялық-ценоздық талдау	83
<i>Тастанов М.Г., Жарлыгасова Э.З.</i> Жазықтықтың ϵ –айналасына түскенге дейін «сфералармен адасу» қадамдарының орташа саны	88
<i>Тастанов М.Г., Нургельдина А.Е.</i> Монте-Карло әдістерінің схемасы.....	94

ИНЖИНИРИНГ ЖӘНЕ ТЕХНОЛОГИЯ

<i>Амантаев М.А., Золотухин Е.А., Славов В., Орлов П.С.</i> Контактілі 3d сканалеу әдісімен жоғары дәлдікті 3d-модельдерді жасау және алынған деректерді кері инжиниринг технологиясында пайдалану перективалары.....	100
<i>Ерсултанова З.С., Жаңабай А.Қ., Ерсултанова З.С.</i> Информатика пәнін оқытуда мобильдік қосымшаны жасау және қолдану	107
<i>Ибрагимова С.В., Баннов И.Г.</i> Қарсылысты пештердің жұмыс режимін симуляциялау үшін бағдарламалық құрамдық кешендерді қолдану.....	115
<i>Колесников С.С.</i> Әтінді және көрініс бағдарламаларды пайдаланатын оқу беру үшін мобильді қосымшаларды әзірлеу үрдісін зерттеу.....	121
<i>Кравченко Р.И., Амантаев, М.А., Останин В.А., Гафурбаев В.Г.</i> Автокөліктердің дизельді қозғалтқышына арналған қуат жүйесінің сенімділігіне жағдайлардың ықпалының заңдылықтарын пайдалану	127
<i>Ребик А.А.</i> Мәтінді және көрініс бағдарламаларды пайдаланатын білім беру үшін мобильді қосымшаларды әзірлеу процесін зерттеу.....	135

Саидов А.М., Калитка Д.А., Балгужинова Ж.Е., Раисова Ж.Х. Қазіргі цифрлық шешімдер және олардың білім беру процесін басқаруға әсері 141

Саидов А.М., Калитка Д.А., Балгужинова Ж.Е., Раисова Ж.Х. Сандық технологиялар және университет педагогикасы: жаңа мүмкіндіктер мен қиындықтар..... 147

Тастанов М.Ғ., Туктубаева С.А. Сандық дәуірдегі проблемаға бағытталған оқыту: технологиялар, кейстер мен перспективалар 152

АУЫЛ ШАРУАШЫЛЫҒЫ ЖӘНЕ ВЕТЕРИНАРИЯ ҒЫЛЫМДАРЫ

Бейшов Р.С., Каримова А.К. Микросателитті днк-маркерлердің негізіндегі герефорд тұқымды ірі қара малдың генетикалық полиморфизмі..... 159

ӘЛЕУМЕТТІК ҒЫЛЫМДАР

Дамбаулова Г.К., Мұхаметқали Р.З., Молдағалиева Н.Д. Тиімділіктің негізгі көрсеткіштері: принциптер, қолдану және болашақ тенденциялар..... 176

Медиева А.Р. Қазақстан және әлемдегі Олимпиадалық қозғалыстың даму тенденциялары мен болашағы 182

Мұқатаева Ж.М., Кушурова А.А. Мазасыздық және оның оқушылардың үлгерімімен байланыс 194

Тастанов М.Ғ., Қурманғалиева А.А. Материалды қабылдауды жақсарту үшін clil-де scaffolding қолдану..... 199

Шагаева Д.С. Қазақстан Республикасында сот төрелігін жүзеге асыру саласындағы заңдылық пен әділдікті қамтамасыз ету мәселері 206

Шагаева Д.С. Судьялардың құқықтық санасы және құқықтық мәдениеті 210

АВТОРЛАРДЫҢ НАЗАРЫНА 215

СОДЕРЖАНИЕ**ГУМАНИТАРНЫЕ НАУКИ И ИСКУССТВО**

<i>Исова Э.А., Амиргалиева Е.С.</i> Педагогическое видение Халела Досмухамедовича	3
<i>Кожанулы М.</i> Облик мировоззрения мир Мукагали	9
<i>Кожанулы М.</i> Поэзия не имеет границ... ..	17
<i>Мырзагалиева К.М., Артықбай И.Б.</i> Нравственные наклонности	26
<i>Сегизбаева К.К., Ильясова А.А.</i> Лексические средства создания образа героя в прозе А. Куприна	32
<i>Толегенова Р.К.</i> Семейный конфликт в повести Сауле Досжан «Когда женщина – заложница»	38

ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

<i>Алимбаев А.А., Юрк О.С.</i> Применение проблемно-ориентированного метода на примере автоморфизмов свободных алгебр	43
<i>Бейшов Р.С., Жүнісбеков Н.Е.</i> Анализ медицинского потенциала биологически активных соединений, выявленных в лекарственной ромашке (<i>matricaria recutita</i>), произрастающей в Костанайской области	48
<i>Брагина Т.М., Забашта М.А., Сатмухамбетова Г.А.</i> К видовому разнообразию кровососущих комаров (diptera: culicidae) Костанайской области	53
<i>Брагина Т.М., Попов А.В.</i> Сравнительный анализ уловов рыб в реке Убаган и реке Тобол в летний период 2024 года в пределах Тобол-Ишимского междуречья	59
<i>Султангазина Г.Ж., Артемчук А.В.</i> Дополнения к флоре Сарыкольского района Костанайской области	65
<i>Султангазина Г.Ж., Муратова А.М.</i> Анализ жизненных форм растений во флоре Карасуского района Костанайской области	70
<i>Султангазина Г.Ж., Муратова А.М.</i> Исследование флоры Карасуского района Костанайской области	76
<i>Султангазина Г.Ж., Оджахвердиева С.В.</i> Эколого-ценотический анализ урбанofлоры города Костанай и его окрестностей	83
<i>Тастанов М.Г., Жарлыгасова Э.З.</i> Среднее число шагов «блуждания по сферам» до попадания в ϵ —окрестность плоскости	88
<i>Тастанов М.Г., Нургельдина А.Е.</i> Схема методов Монте-Карло	94

ИНЖИНИРИНГ И ТЕХНОЛОГИИ

<i>Амантаев М.А., Золотухин Е.А., Славов В., Орлов П.С.</i> Создание высокоточных 3d-моделей методом контактного 3d-сканирования и перспективы использования полученных данных в технологии реверсивного инжиниринга	100
<i>Ерсултанова З.С., Жаңабай А.Қ., Ерсултанова З.С.</i> Создание и использование мобильных приложений в обучении информатике	107
<i>Ибрагимова С.В., Баннов И.Г.</i> Применение программных комплексов для моделирования режима работы печей сопротивления	115
<i>Колесников С.С.</i> Обучение цифровой грамотности через игру: особенности работы с младшими школьниками	120
<i>Кравченко Р.И., Амантаев, М.А., Останин В.А., Гафурбаев В.Г.</i> Использование закономерностей влияния условий на надежность системы питания автомобилей с дизельным двигателем	127
<i>Ребик А.А.</i> Изучение процесса разработки учебных мобильных приложений с помощью текстового и визуального программирования	135

Саидов А.М., Калитка Д.А., Балгужина Ж.Е., Раисова Ж.Х. Современные цифровые решения и их влияние на управление образовательным процессом 141

Саидов А.М., Калитка Д.А., Балгужина Ж.Е., Раисова Ж.Х. Цифровые технологии и университетская педагогика: новые возможности и вызовы 147

Тастанов М.Г., Туктубаева С.А. Проблемно-ориентированное обучение в цифровую эпоху: технологии, кейсы и перспективы..... 152

СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫЕ, ВЕТЕРИНАРНЫЕ НАУКИ

Бейшов Р.С., Каримова А.К. Генетический полиморфизм герефордского скота на основе микросателлитных днк-маркеров 159

СОЦИАЛЬНЫЕ НАУКИ

Дамбаулова Г.К., Мұхаметқали Р.З., Молдағалиева Н.Д. Ключевые показатели эффективности: принципы, применение и будущие тенденции 176

Медиева А.Р. Казахстан и мир: тенденции развития Олимпиадного движения и его будущее 182

Мұқатаева Ж.М., Кушурова А.А. Тревожность и ее связь с успеваемостью школьников 194

Тастанов М.Ф., Курманғалиева А.А. Использование scaffolding в clil для улучшения восприятия материала..... 199

Шагаева Д.С. Проблемы обеспечения законности и справедливости в сфере осуществления правосудия в Республике Казахстан 206

Шагаева Д.С. Правосознание и правовая культура судей 210

ИНФОРМАЦИЯ ДЛЯ АВТОРОВ..... 218

CONTENT

HUMANITIES AND ARTS

<i>Isova E.A., Amirgalieva E.S.</i> Pedagogical vision of khalel dosmukhamedovich	3
<i>Kozhanuly M.</i> The countenance of the world conception of Mukagali	9
<i>Kozhanuly M.</i> Poetry has no borders... ..	17
<i>Myrzagalieva K.M., Artykbay I.B.</i> Irises of morality	26
<i>Segizbayeva K.K., Ilyasova A.A.</i> Lexical means of creating an image of a hero in the prose of A. Kuprin	32
<i>Tolegenova R.K.</i> Family conflict in Saule Doszhan's novel «When a woman is a hostage»	38

NATURAL SCIENCES

<i>Alimbayev A.A., Yurk O.S.</i> Application of the problem-oriented method on the example of automorphisms of free algebras	43
<i>Beishov R.S., Zhunisbekov N.Y.</i> Analysis of the medical potential of bioactive compounds identified in chamomile (<i>matricaria recutita</i>) growing in the Kostanay region	48
<i>Bragina T. M., Zabashta M.V., Satmukhambetova G.A.</i> About the species diversity of blood-sucking mosquitoes (diptera: culicidae) of the Kostanay region	53
<i>Bragina T. M., Popov A.V.</i> Comparative analysis of fish catches in the Ubagan river and the Tobol river in the summer of 2024 within the Tobol-Ishim interriver area.....	59
<i>Sultangazina G.Zh., Artemchuk A.V.</i> Additions to the Sarykol district flora of the Kostanay region	65
<i>Sultangazina G.Zh., Muratova A.M.</i> Analysis of the life forms of the flora of the Karasu district of the Kostanay region	70
<i>Sultangazina G.Zh., Muratova A.M.</i> Study of the flora of the Karasu district of the Kostanay region	76
<i>Sultangazina G.Zh., Odzhakhverdiyeva S.V.</i> Ecological-coenotic analysis of the urban flora of Kostanay and its outskirts	83
<i>Tastanov M.G., Zharlygassova E.Z.</i> The average number of the "floating random walk" steps before entering the ε - neighborhood of the plane	88
<i>Tastanov M.G., Nurgeldina A.Y.</i> Monte-Carlo methods scheme.....	94

ENGINEERING AND TECHNOLOGY

<i>Amantayev M.A., Zolotukhin YE.A., Slavov V., Orlov P.S.</i> Creation of high-precision 3d models by contact method of 3d-scanning and prospects for using the obtained data in reverse engineering technology	100
<i>Yersultanova Z. S., Zhanabay A.K., Yersultanova Z. S.</i> Creation and use of mobile application in teaching computer science	107
<i>Ibragimova S.V., Bannov I.G.</i> Application of software complexes for modeling of resistance furnace operation mode.....	115
<i>Kolesnikov S.S.</i> Teaching digital literacy through games: features of working with primary school children	120
<i>Kravchenko R.I., Amantaev M.A., Ostanin V.A., Gafurbaev V.G.</i> Application of patterns of environmental conditions' influence on the reliability of the fuel system in diesel engine vehicles.....	127
<i>Rebik A.A.</i> Studying the process of developing educational mobile applications using text and visual programming	135
<i>Saidov A.M., Kalitka D.A., Balguzhinova Zh.E., Raisova Zh.Kh.</i> Modern digital solutions and their impact on educational process management.....	141

<i>Saidov A.M., Kalitka D.A., Balguzhinova Zh.E., Raisova Zh.Kh.</i> Digital technologies and university pedagogy: new opportunities and challenges.....	147
<i>Tastanov M.G., Tuktubayeva S.A.</i> Problem-based learning in the digital era: technologies, cases, and prospects	152
 AGRICULTURAL, VETERINARY SCIENCES	
<i>Beishov R.S., Karimova A.K.</i> Genetic polymorphism of hereford cattle based on microsatellite dna markers	159
 SOCIAL SCIENCES	
<i>Dambaulova G.K., Mukhametkali R.Z., Moldagaliyeva N.D.</i> Key performance indicators: principles, application and future trends	176
<i>Mediyeva A.R.</i> Trends and future of the Olympiad movement in kazakhstan and the world.....	182
<i>Mukatayeva Z.M., Kushurova A.A.</i> Anxiety and its relationship with academic performance in schoolchildren	194
<i>Tastanov M.G., Kurmangaliyeva, A.A.</i> Using scaffolding in clil to improve material comprehension	199
<i>Shagayeva D.S.</i> Problems of ensuring legality and justice in the sphere of administration of justice in the Republic of Kazakhstan.....	206
<i>Shagayeva D.S.</i> Judicial awareness and culture of judges	210
 INFORMATION FOR AUTHORS	221

Редактор, корректор: *А. Симонова*
Корректорлар: *Б. Сыздыкова, Т. Цай*
Компьютерлік беттеу: *С. Красикова, И. Милокумова*

Редактор, корректор: *А. Симонова*
Корректоры: *Б. Сыздыкова, Т. Цай*
Компьютерная верстка: *С. Красикова, И. Милокумова*

Басуға 09.04.2025 ж. берілді.
Пішімі 60x84/8. Көлемі 17,5 б.т.
Тапсырыс № 060

Подписано в печать 09.04.2025 г.
Формат 60x84/8. Объем 17,5 п.л.
Заказ № 060

Ахмете Байтұрсынұлы атындағы
Қостанай өңірлік университетіндегі
редакциялық-баспа бөлімінде басылған
Қостанай қ., Байтұрсынов к., 47

Отпечатано в редакционно-издательском отделе
Костанайского регионального университета
имени Ахмет Байтұрсынұлы
г. Костанай, ул. Байтұрсынова, 47